1

DOMINER AUX DOMINOS

Le jeu de dominos est probablement originaire d'Orient, où il se pratiquait dès l'Antiquité : il aurait gagné l'Europe au XIVe siècle, par l'Italie.
Le mot « domino » dérive du latin « dominus », évoquant le Seigneur ; les moines remerciaient Dieu de leur gain à ce jeu, par un chaleureux « Domino gratias ! ». Par ailleurs, les dominos sont noir et blanc, comme la pèlerine, le « domino », des chanoines.
Les dominos constituent des « objets mathématiques » par excellence : pavés à faces rectangulaires, intimement associés à de petits nombres naturels, matérialisés par la répétition de marques ponctuelles, gravées ici sur une seule grande face.
La face marquée de tout domino se compose de deux cases blanches carrées, portant chacune de 0 à 6 points noirs suivant une certaine possibilité ; la marque du domino est alors la paire de naturels, [4, 2], par exemple, dénombrant les points de ses cases, avec des doubles à paires particulières, tel [5, 5], le double-cinq.
Le jeu de dominos comporte ainsi 28 pièces distinctes dont 7 sont des doubles, et avec lesquelles, en jouant normalement, on forme des chaînes, en lignes brisées à deux extrémités, par juxtaposition de cases de même marque.

TESTS AVEC LES DOMINOS

COMMENT ÇA MARCHE ?

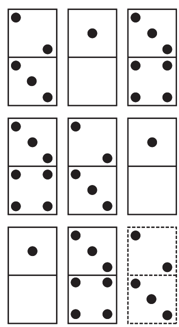
Tout item, ou unité, de ce test présente une certaine disposition de dominos, qui respecte une loi logique déterminée ; mais cette loi est cachée et l'un de ces dominos (en pointillé) est « vide », c'est-à-dire inconnu (ne pas le confondre avec le double-zéro). L'épreuve consiste, sitôt trouvée la loi de formation, à remplir ce domino vide en notant le nombre de ses points dans chacune des deux cases, sur la feuille.

Un item n'emploie que quelques dominos, mais tout domino peut y être réutilisé, et les dispositions de dominos varient sensiblement d'un item à l'autre (voir plus loin) ; de plus quand interviennent des suites numériques de marques sur cases, le 0 et le 6 sont orientés suivant l'ordre choisi, et on note : -0-1-2-3-4-5-6-0-1- en croissant, ou -6-5-4-3-2-1-0-6-5- en décroissant.

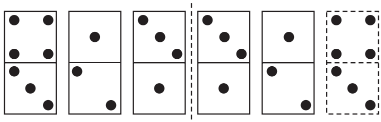
Le test original inspiré du psychologue anglais Anstay comprend 44 items, à examiner en 25 minutes, donc à une moyenne voisine de 35 secondes par item ; on accorde un point par résultat correct, pour l'ensemble des deux cases concernées.

Étudiez bien les items de bases présentés, avant de vous lancer dans l'exercice d'entraînement ; ils vous seront très utiles et l'exercice vous passionnera.

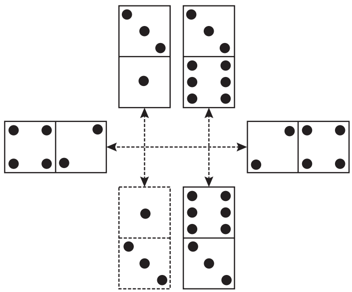
A. La disposition ne comprend que trois dominos distincts : 1/0, 2/3 et 3/4, sur les huit représentés, et chacune des deux premières rangées (ou colonnes) porte ces trois dominos. La troisième rangée (ou colonne) en fait de même. Le domino inconnu est donc 2/3. Cet item est analogue à l'un des items d'un autre test, le MATRIX 47.



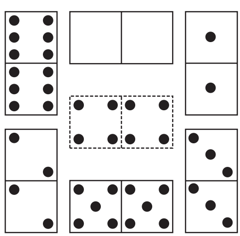
B. Cette disposition présente une sorte de symétrie axiale entre les trois dominos de gauche et les trois de droite. Le manquant, identique au 1er, est alors 4/3.



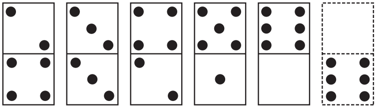
C. Les dominos, opposés par deux, montrent une certaine symétrie axiale ; ainsi, 3/6 et 6/3 ou bien 4/2 et 2/4. L'inconnu, opposé de 3/1, est donc 1/3.



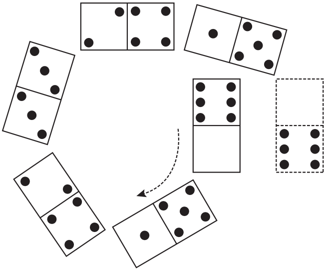
D. Six, des sept dominos disposés, sont des doubles. Le jeu ne comprenant que sept doubles, le domino manquant est le restant, soit 4/4, le double-quatre.



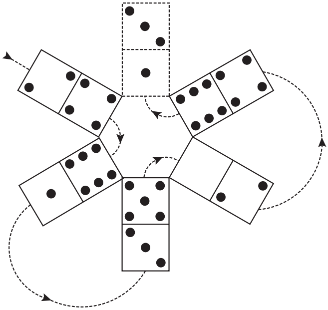
E. Les marques des cases supérieures croissent d'une unité, et celles des cases inférieures décroissent de même. Par conséquent et par convention, le dernier domino est 0/6 (et non 6/0).



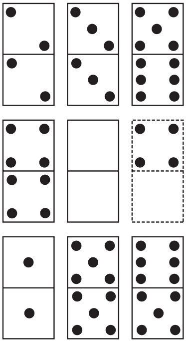
F. Sur cette spirale de dominos, en tournant dans le sens rétrograde (donc depuis le centre), les marques des premières cases décroissent naturellement, alors que celles des secondes croissent de même. Le domino final est donc 0/6 (et le total des marques de tout domino est 6.



G. Sur ce cercle de dominos, en tournant dans le sens direct et depuis l'inconnu, les marques des cases croissent de deux en deux, en suivant les dominos alternativement de haut en bas puis de bas en haut. Le domino. cherché est alors 3/1, dans ce cas difficile.



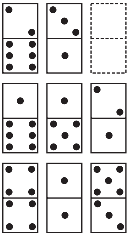
H. Dans chaque rangée complète, la somme des marques, des deux premières cases supérieures, égale la marque de la troisième ; il en est de même, dans ces rangées, du produit des marques, pour les cases inférieures. Le domino inconnu est donc 4/0, la présence de nombreux doubles étant purement arbitraire.



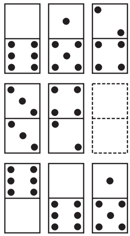
ENTRAÎNEZ-VOUS

Voici une douzaine d'items sélectionnés, à structures diverses et à plusieurs degrés de difficulté ; il s'agit de les résoudre en 7 min, chrono sur table. Ne vous affolez pas ! Examinez calmement chaque item, en pensant aux principales lois de formation étudiées précédemment comme base.

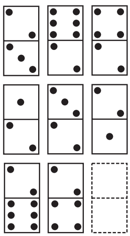
A.



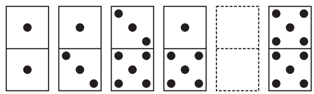
B.



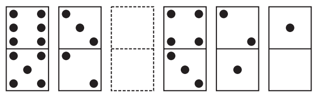
C.



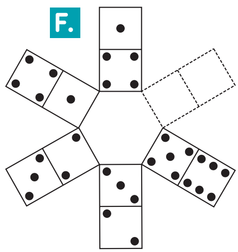
D.



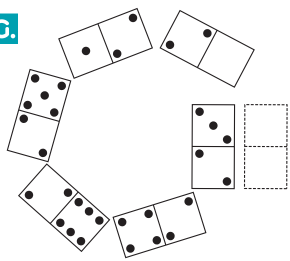
E.



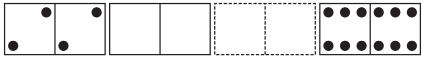
F.



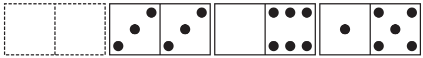
G.



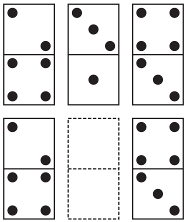
H.



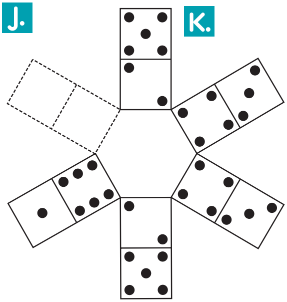
I.



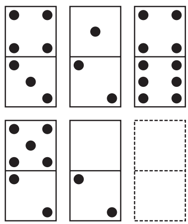
J.



K.



L.



Résultats

Voici, ci-dessous, le résultat de chaque item de l'exercice, soit les marques du domino cherché, complété par la loi de formation qui permet de l'obtenir.

A. 5/5 – Dans chaque rangée, la marque de la case supérieure du 3e domino est la somme de celles des deux premiers, et la marque de la case inférieure en est leur différence ordonnée.

B. 5/1 – Les marques des cases supérieures croissent et celles des inférieures décroissent naturellement et dans le sens de la lecture (de gauche à droite et de haut en bas).

C. 2/2 – Dans chaque colonne, la marque de la case supérieure du 3e domino est le quotient de celles du 1er au 2e domino ; la marque de la case inférieure de ce 3e domino est le produit de celles des deux premiers.

D. 3/3 – Cette figure comprend les six dominos à marques toutes impaires, dans un quelconque ordre, mais dont la marque du haut de chacun n'est pas supérieure à celle du bas.

E. 5/4 – La différence ordonnée entre les marques des deux cases de ces seuls dominos est toujours 1 ; ils sont caractéristiques et leur ordre n'intervient pas.

F. 5/6 – Vus du centre de la figure, les six dominos se suivent par deux de même marque mais de sens différents : 1/4 et 4/1, 3/2 et 2/3 puis 6/5 et… 5/6.

G. 2/2 – Les dominos en spirale sont tous ceux marquant 2 dans une case au moins ; leur ordre est ici sans importance.

H. 4/4 – Ces dominos sont tous les doubles de marques de cases paires.

I. 2-4 – Le total des deux marques de chaque domino vaut six, à l'exclusion de tout autre, et la marque de droite n'est pas inférieure à celle de gauche.

J. 3/1 – Les deux rangées de dominos coïncident par translation verticale.

K. 1/6 – La figure circulaire possède un axe de symétrie horizontal, portant son centre, et les dominos sont ainsi accouplés identiquement, (comme si l'on repliait la figure sur l'axe de symétrie).

L. 0/4 – Dans chaque rangée, le 3e domino est obtenu en multipliant, à chaque niveau, les marques des deux premiers dominos.

J'espère que votre score, sur 12 points, est satisfaisant, soit égal au moins à 8, car ces items ont été préparés ou sont « faciles ».
Mais, peut-être avez-vous trouvé certaines lois plutôt arbitraires, ou bien l'examen soutenu des dominos a-t-il fatigué vos yeux, ces deux critiques ont été effectivement adressées parfois au etst des dominos, auquel on préfère alors celui des cartes, tout à fait comparable.

JOUEZ AVEC LES DOMINOS

FAITES DES CALCULS SUR LES DOMINOS

Deux questions

Peut-être souhaitez-vous maintenant connaître davantage les dominos, support de ce test, mais aussi de quelques divertissements intéressants.
Pour exaucer éventuellement ce souhait, et avant de vous présenter l'un de ces divertissements, il me suffit de vous poser deux grandes questions numériques, en espérant que vous allez vous efforcer d'y répondre au mieux.
Les deux cases de tout domino présentent chacune des points, dont les nombres constituent une paire caractérisant la « marque » de la pièce ; ainsi [4, 2] ou [0, 3], ou encore, mais par exception, [5, 5], le double-cinq.
Combien le jeu de dominos compte-t-il alors de points par pièce, en moyenne ? Certaines pièces montrent le même total de points : ainsi avec les marques [3, 6] et [4, 5] : 3 + 6 = 4 + 5 = 9 points. Quel est donc le plus grand nombre de dominos d'un même total de points ?
Penchez-vous sur ces énigmes arithmétiques de dominos traditionnels, mais sans trop penser à ce domino ambulant à sept points, que constitue l'éclatante coccinelle commune, ce coléoptère nommé « bête à Bon Dieu » (encore !).

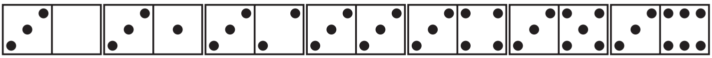
Quelques indices

Si mes deux questions (ou une seule quelconque) vous embarrassent, surtout ne boudez pas : piochez plutôt allègrement dans les indices données ci-dessous !
Pour déterminer la moyenne avancée, il convient d'abord de dénombrer le total des points du jeu de dominos, soit ses cases distinctes, puis les pièces du jeu, soit les couples assimilés à elles.
Pour chercher le maximum fixé ensuite, rien ne vaut la construction d'un tableau numérique bien ordonné ; par exemple celui donnant, pour chaque total possible de points par pièce, la marque des diverses pièces, leur nombre, et enfin leur total de points dans le jeu ; « tout » y sera :

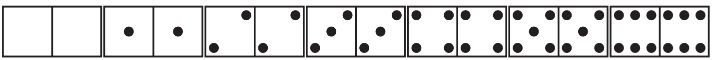
la réponse attendue… à cueillir, mais aussi d'autres résultats valables… à glaner.
Et voici de quoi contrôler vos recherches, une réponse après l'autre, et dans le menu détail évidemment.

En moyenne

Les cases des dominos portent de 0 à 6 points, donc sont au nombre de 7 différentes ; ces cases sont appariées de toutes les façons possibles sur les dominos du jeu, soit chacune apparaît sur 7 pièces, et doublement sur l'une d'elles (le double), donc 8 fois en tout.
Les 7 pièces et 8 cases de marque 3



Les 7 pièces doubles



Chacune des 7 cases distinctes apparaissant 8 fois il y a dans le jeu 7 × 8 = 56 cases, soit, à deux cases par pièce, 56/2 = 28 dominos.
Chacune des 7 marques apparaissant aussi 8 fois, le total des points du jeu s'élève à :
(0 + 1 + 2 + … + 6) × 8 = 21 × 8 = 168
Le nombre moyen de points par pièce est alors 168/28 = 6, ce qui semble « normal ».

Au total

Ce beau tableau est conforme au modèle conseillé, et il tiendra ses promesses

Tot pts/pce	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	{0,0}	{0,1}	{0,2}	{0,3}	{0,4}	{0,5}	{0,6}	{1,6}	{2,6}	{3,6}	{4,6}	{5,6}	{6,6}
			{1,1}	{1,2}	{1,3}	{1.4}	{1,5}	{2,5}	{3,5}	{4,5}	{5,5}		
					{2,2}	{2,3}	{2,4}	{3,4}	{4,4}				
							{3,3}						
Nb pces	1	1	2	2	3	3	4	3	3	2	2	1	1
Tot pts Jeu	0	1	4	6	12	15	24	21	24	18	20	11	12

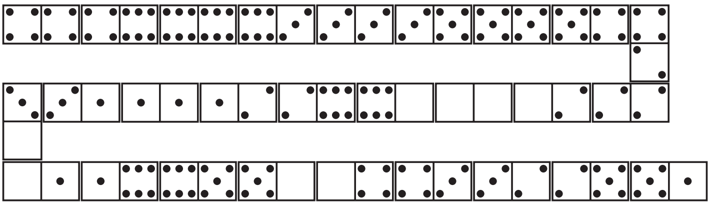
Il y a donc, dans le jeu, au plus 4 pièces d'un même total de points, soit de 6 points. Observez que, parmi les nombres de pièces d'un même total de points, 4 est le terme médian d'une suite numérique assez remarquable.
Notez aussi que, parmi les ensembles de pièces du jeu, d'un même total de points, nos 4 pièces à 6 points sont ex-aequo avec les 3 pièces à 8 points, pour un total dans le jeu de 6 × 4 = 8 × 3 = 24 points.
Enfin, constatez que le tableau dressé, vraiment complet, donne les deux éléments essentiels de la première réponse, en additionnant les nombres de chacune des deux dernières lignes, tout simplement.
Le tableau élaboré, authentique organigramme du jeu de dominos, constituait donc la pièce maîtresse de ce petit divertissement numérique.
Il était assisté efficacement de quelques notions de statistique élémentaire et de dénombrements simples propres à l'arithmétique de base.
Je pense que vous avez déjà bien joué « avec » les dominos, mais si vous souhaitez, en plus, jouer agréablement « des » dominos (les dents), alors je vous suggère de mordre dans une madeleine, ce petit gâteau tellement féminin.

LES CHAÎNES DE DOMINOS

Petit tour de magie

Essayez bien vite ce rare et joli tour de dominos ! Étalez négligemment sur une table un jeu de dominos retournés et engagez un volontaire de votre

public à former, avec tous ces dominos, une chaîne normale, en accolant des cases de même marque, mais sans pratiquer de ramifications.
Pendant que votre victime commence sa manipulation, vous lui annoncez bien haut que, sous l'effet de votre « magnétisme » et quoi qu'il fasse, sa chaîne sera ouverte, et les deux cases extrêmes porteront les marques distinctes, [4,1] par exemple, que vous inscrivez aussitôt sur une feuille.
Miracle ? l'opération terminée, tout le monde peut constater que votre prédiction s'est réalisée… à votre grand avantage et à la surprise générale.



Évidemment « y a un truc », et comme il n'est pas facile à déceler, je vais vous le dévoiler sur-le-champ ; mais surtout n'en restez pas là !
Avant d'étaler le jeu, subtilisez-en une pièce non double, de marque [1/4] ici puis, sur la feuille, notez… 1 et 4 justement.
C'est absolument tout, et c'est très simple ! Mais pourquoi est-ce que « ça marche » ?

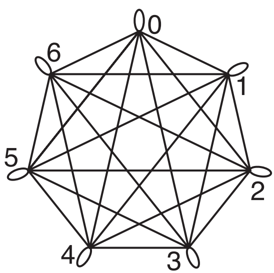
Derrière le rideau

Vous avez maintenant tous les éléments pour répondre à cette question, en suivant, par exemple, la démarche mathématique et logique proposée ci-dessous.
Constatez expérimentalement que, dans les conditions décrites, la chaîne se réalise de maintes façons, mais qui mènent toutes à deux cases extrêmes de marques prévues ; si, par contre, vous subtilisez dans le jeu une pièce double arbitraire, la chaîne se ferme sur deux cases extrêmes de même quelconque marque et le tour s'évanouit.
Démontrez à présent, à l'aide de la notion de parité, que le jeu complet (sans subtilisation) fournit, sans autres changements, des chaînes fermées, donc sans cases extrêmes ; cet acquis vous permettra de justifier complètement le tour.
En effet, sur toute chaîne ouverte complète, chaque marque de cases appa-

raît un nombre pair de fois (huit), de même entre ses cases extrêmes, car les intermédiaires vont par deux de même marque ; donc, par différence de parités, cette marque intervient aux deux extrémités de la chaîne, qui alors se ferme.
Subtiliser toute pièce non double dans le jeu revient alors à ouvrir valablement, sur cette pièce, une chaîne fermée complète ; mais subtiliser une pièce double permet à la chaîne de se refermer, au moins sur les cases voisines de la pièce : ainsi s'explique notre petit tour divinatoire.

Dominos déchaînés

Il existe une figuration heptagonale simple du jeu de dominos qui a le grand mérite de faciliter les constitutions et les dénombrements des chaînes envisagées.
Il s'agit d'un certain diagramme sagittal (en flèches) de la relation « être associé sur pièce à », dans l'ensemble des marques des cases du jeu ; vous devriez essayer de tracer puis d'exploiter un peu ce diagramme, en occultant ce qui suit.
Chacun des 7 côtés ou chacune des 7 × 4/2 = 14 diagonales, de l'heptagone convexe régulier tracé, correspond à une pièce non double du jeu et les 7 boucles ajoutées figurent les doubles, en donnant les 28 dominos existants.
Toute chaîne complète de dominos est alors constituée sur le diagramme, par le circuit, au crayon, qui passe entièrement par tous ses segments et boucles successifs, et une seule fois par chacun d'eux ; telle la chaîne origine de notre exemple :



1,4 - 4,4 - 4,6 - 6,6 -6,3 - 3,3 - 3,5 - 5,5 - 5,4 - 4,2 - 2,2 - 2,0 - 0,0 - 0,6 - 6,2 - 2,1 - 1,1 - 1,3 - 3,0 - 0,1 - 1,6 - 6,5 - 5,0 - 0,4 - 4,3 - 3,2 - 2,5 - 5,1

Dominos enchaînés

Le dénombrement des chaînes de dominos à partir du précédent diagramme est un problème délicat, même en négligeant les ramifications, comme convenu. Édouard Lucas en a longuement débattu, voilà plus d'un siècle, dans ses « Récréations Mathématiques », et il a finalement fixé le nombre des chaînes fermées sans doubles, donc des circuits sans boucles, à n = 129 976 320.

Peut-être, avec ce résultat, parviendrez-vous à calculer le nombre des chaînes complètes (fermées), puis le total des chaînes ouvertes par subtilisation d'une pièce (non double) ?

Chacun des 7 doubles, indépendamment des autres, peut occuper 6/2 = 3 places, entre les cases accolées de même marque que lui, sur toute chaîne fermée sans doubles ; le nombre des chaînes complètes ainsi formées s'élève alors à :

3^7 n = 2 187 × 129 976 320 = 284 258 211 840

Ce nombre étant aussi celui des chaînes ouvertes par subtilisation de toute même pièce, le total des chaînes ouvertes, par toutes les pièces non doubles, vaut donc :

3 n × 21 = 284 258 211 840 × 21 = 5 969 422 448 640

soit près de 6 billions, ou millions de millions, ce qui n'est pas rien, et rehausse même cet original tour de dominos.

Dans le domaine mathématique, le présent divertissement apparaît comme une large application ludique, de la fructueuse notion de parité, qui l'explicite pleinement, puis d'un étonnant diagramme sagittal, favorable à son développement, et enfin d'intéressants dénombrements, proches de l'analyse combinatoire : en somme, une bonne sélection de moyens simples et efficaces, au service d'un jeu de hasard revu par la psychotechnique.