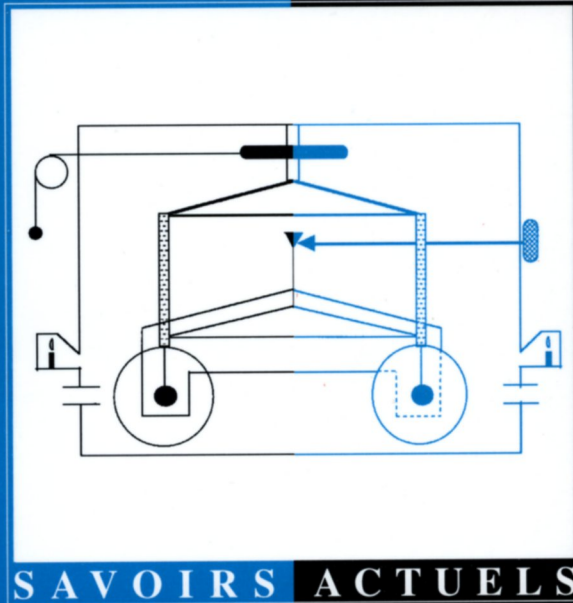


ASTROPHYSIQUE

Rémi HAKIM

# Gravitation relativiste



SAVOIRS ACTUELS

CNRS CNRS EDITIONS

Extrait de la publication

EDP  
SCIENCES

# Gravitation Relativiste







Rémi Hakim

# Gravitation Relativiste

S A V O I R S   A C T U E L S

---

EDP Sciences / CNRS ÉDITIONS

Illustration de couverture : l'expérience de Cavendish  
(voir la figure 1.10)

© 2001, **EDP Sciences**, 7, avenue du Hoggar, BP 112, PA de Courtabœuf,  
91944 Les Ulis Cedex A.  
**CNRS ÉDITIONS**, 15, rue Malebranche, 75005 Paris.

1<sup>re</sup> édition :

© 1994, **InterÉditions – CNRS ÉDITIONS**

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés réservés pour tous pays.

Toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle, par quelque procédé que ce soit, des pages publiées dans le présent ouvrage, faite sans l'autorisation de l'éditeur est illicite et constitue une contrefaçon. Seules sont autorisées, d'une part, les reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, et d'autre part, les courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées (art. L. 122-4, L. 122-5 et L. 335-2 du Code de la propriété intellectuelle).

Des photocopies payantes peuvent être réalisées avec l'accord de l'éditeur. S'adresser au : Centre français d'exploitation du droit de copie, 3, rue Hautefeuille, 75006 Paris. Tél. 01.43.26.95.35.

**ISBN** 2-86883-370-5

**ISBN** 2 271 05198 9

# Table des matières<sup>†</sup>

<b>Avant-propos</b>	<b>XI</b>
<b>1. La gravitation newtonienne</b>	<b>1</b>
L'espace-temps newtonien	1
Simultanéité et mesure des distances*	4
Les absolus de Newton et la notion d'éther*	7
Le principe d'inertie	10
Les lois de la dynamique et de la relativité galiléenne	13
Les principes d'inertie et de relativité vus par Galilée*	18
La gravitation newtonienne	18
Mesure de la constante de gravitation	24
Limites de la théorie newtonienne de la gravitation	30
Le caractère fini de la vitesse de la lumière	33
L'expérience de Michelson	37
Exercices	40
<b>2. L'espace-temps de Minkowski</b>	<b>43</b>
L'espace-temps de la Relativité Restreinte	45
La transformation de Lorentz	48
Remarques	51
Causalité et simultanéité	55
Temps et distances mesurés par des observateurs inertiels	62
Propriétés globales de l'espace-temps*	64
Les vérifications expérimentales de la Relativité Restreinte*	66
Exercices	69
<b>3. La forme relativiste des lois de la physique</b>	<b>73</b>
Le formalisme tensoriel	73
L'effet Doppler et le phénomène d'aberration	81
La description cinématique du mouvement d'une particule	84
La dynamique relativiste; $E=mc^2$	89
L'espace de Minkowski en coordonnées curvilignes	93
Exercices	102

---

<sup>†</sup> Les paragraphes désignés par \* peuvent être sautés en première lecture.



<b>4. La gravitation et la Relativité Restreinte</b>	<b>105</b>
Le décalage gravitationnel vers le rouge	107
La courbure des rayons lumineux	108
L'avance du périhélie de Mercure	110
Nécessité d'équations non linéaires pour la gravitation	112
Exercices	113
<b>5. L'électromagnétisme et l'hydrodynamique relativistes</b>	<b>115</b>
Densités et courants	115
Les équations de l'électromagnétisme	119
Le tenseur énergie-impulsion	122
L'hydrodynamique relativiste	123
Exercices	124
<b>6. Qu'est-ce qu'un espace courbe?</b>	<b>129</b>
Quelques manifestations de la courbure	129
Courbure des surfaces à deux dimensions	133
Signification de la courbure intrinsèque	139
Surfaces de $\mathbf{R}^n$ – Espaces de Riemann	141
Courbure intrinsèque d'une variété	143
Propriétés du tenseur de courbure	145
L'espace-temps comme variété riemannienne*	147
Quelques propriétés des tenseurs dans un espace courbe	149
Trois arguments en faveur d'un espace-temps courbe	150
Exercices	152
<b>7. Le principe d'équivalence</b>	<b>155</b>
Le principe d'équivalence faible et les expériences d'Eötvös-Dicke	156
Le principe d'équivalence et le couplage minimal	166
Le décalage gravitationnel vers le rouge	175
Mouvements géodésiques	179
La déviation géodésique	181
Le tenseur métrique à symétrie sphérique	183
Aperçu du formalisme PPN	185
Les tests classiques	188
Les mirages gravitationnels	195
Exercices	203
<b>8. La gravitation relativiste d'Einstein (Relativité Générale)</b>	<b>209</b>
Les équations d'Einstein	210
Autres déductions des équations d'Einstein*	215
La solution de Schwarzschild	219
La géométrie locale des espaces de Friedman	225
Autres métriques d'intérêt astrophysique*	233
Les équations d'Einstein linéarisées	234
Ondes et rayonnement gravitationnels	237
Exercices	253

## Table des matières

IX

<b>Appendice A : Généralités sur les tenseurs</b>	<b>257</b>
<b>Appendice B : Formes différentielles extérieures</b>	<b>263</b>
<b>Appendice C : Forme variationnelle des équations de champ</b>	<b>279</b>
<b>Appendice D : Notion de variété</b>	<b>285</b>
<b>Références</b>	<b>291</b>
<b>Constantes physiques</b>	<b>303</b>
<b>Index</b>	<b>305</b>



# Avant-propos

Cet ouvrage est consacré à la théorie de la Relativité Générale, c'est-à-dire à la synthèse de la relativité et de la gravitation. Cette *Gravitation Relativiste*, comme on dit plutôt aujourd'hui, apparaît ainsi comme étant de première importance dans tous les phénomènes de l'astronomie qui font intervenir soit des vitesses comparables ou égales à celle de la lumière, soit des champs de gravitation intenses. L'ensemble de l'étude de ces phénomènes constitue ce que l'on appelle l'*Astrophysique Relativiste*, une expression due à Alfred Schild (1967). Ce que nous nous proposons d'exposer ici constitue le minimum minimorum de la théorie relativiste de la gravitation nécessaire pour aborder cette discipline relativement récente.

A ce stade, il peut être intéressant de rappeler brièvement la genèse de ce nouveau domaine et, plus particulièrement, la façon dont il est lié à la Relativité Générale. A cette fin, il est nécessaire de se souvenir qu'une fois les « tests classiques » de la Relativité Générale vérifiés [déviation des rayons lumineux au voisinage du Soleil (1919); décalage spectral vers le rouge (dans les naines blanches : W.S. Adams (1925)); avance du périhélie de Mercure], cette discipline s'était alors embourbée dans des voies assez formelles parce qu'alors, les technologies disponibles ne permettaient pas qu'elle fût en contact ni avec l'expérience, ni avec l'observation astronomique. Bien que les recherches effectuées fussent souvent d'un grand intérêt conceptuel (théories unitaires de la gravitation et de l'électromagnétisme, par exemple) et théorique (développements mathématiques divers), la relativité tournait un peu en rond [J. Eisenstaedt (1986)] en raison de l'absence d'expériences de laboratoire et/ou d'observations d'objets spécifiquement relativistes, inconnus au niveau théorique avant les années trente et, dans une large mesure, quarante voire cinquante. Ainsi, la cosmologie était bien davantage considérée comme un « *espace de liberté pour penser la relativité* » [J. Eisenstaedt (1989)] que comme un champ de vérifications astronomiques possibles de la Relativité Générale, ou même la « *science de l'Univers* » [E. R. Harrison (1981)].

La découverte de l'effet Mössbauer (1958) devait permettre la mesure du décalage spectral vers le rouge, d'origine gravitationnelle, en laboratoire, tandis que les progrès expérimentaux autorisaient le renouvellement de l'expérience d'Eötvös avec une précision inégalée. En même temps, après la Deuxième Guerre mondiale, les discussions sur la nucléosynthèse des éléments conduisaient G. Gamow et ses collaborateurs à l'idée que l'Univers avait été, dans un passé lointain, dans une phase chaude, dont subsisterait aujourd'hui un rayonnement noir du fond du ciel.

Ce rayonnement fut découvert <sup>1</sup> en 1965, ce qui suscita un grand intérêt envers la cosmologie qui commença à se développer alors sérieusement, d'autant que, quelques années plus tôt (1963) les quasars – les objets les plus lointains que l'on connaisse – étaient observés. Peu après cette découverte, les premiers pulsars étaient trouvés (fin 1967), très vite identifiés par T. Gold (1969) aux étoiles à neutrons imaginées en 1932 par Landau.

Ainsi, les années soixante remirent la relativité sur une base expérimentale <sup>2</sup>, lui fournissant des objets d'étude astrophysique qui, jusque-là, lui avaient fait défaut. En même temps, la notion théorique de trou noir, ainsi que celle d'ondes gravitationnelles, étaient approfondies et des recherches observationnelles et expérimentales, respectivement, étaient entreprises afin de les mettre en évidence. Il s'agit là d'objets spécifiquement relativistes, susceptibles de toutes sortes d'effets astrophysiques et que l'on cherche, bien évidemment, à observer. Il va de soi, enfin, que les découvertes observationnelles mentionnées plus haut ont suscité, en retour, de nouvelles observations, par exemple les sondages profonds du ciel destinés à mettre en évidence d'éventuelles grandes structures suggérées par tel ou tel scénario cosmologique.

Il existe, à l'heure actuelle, un certain nombre de théories relativistes de la gravitation qui sont compatibles avec l'expérience et l'observation; mais la Relativité Générale d'Einstein fut sans aucun doute la première historiquement à fournir des résultats théoriques corrects en accord précis avec les faits. Aussi est-ce à cette théorie, principalement, qu'est consacré cet ouvrage sans que soit abordée la question des étoiles denses, de l'effondrement gravitationnel ou des trous noirs : le lecteur pourra consulter le livre de S.L. Shapiro et S.A. Teukolsky (1983) sur ces points. La cosmologie non plus n'est pas développée ici : il existe d'excellents ouvrages comme ceux de P.J.E. Peebles (1993), N. Straumann (1984), Ya. B. Zeldovich et I.D. Novikov (1975) ou S. Weinberg (1972), etc. Il s'agira ici, non pas tant d'un exposé de la Relativité Générale, que d'éléments conceptuels ou techniques minimaux permettant d'appréhender sans difficulté particulière les aspects en quelque sorte gravitationnels de l'Astrophysique Relativiste. Divers compléments favoriseront, en outre, l'accès à la littérature courante. Deux illustrations d'intérêt astrophysique seront étudiées de manière simple : il s'agit, d'une part, des lentilles gravitationnelles, observées ces dernières années, et d'autre part, des ondes gravitationnelles, non encore détectées en laboratoire <sup>3</sup> mais implicitement mises en évidence par l'observation du pulsar binaire PSR 1913 + 16 et qui, dans le futur, donneront peut-être lieu à une nouvelle astronomie.

---

1. L'histoire de cette découverte est racontée par S. Weinberg (1978); voir aussi E.R. Harrison (1981) ou R. Hakim (1992).

2. A cela il convient d'ajouter, pendant ces mêmes années, les progrès des techniques spatiales permettant des expériences impossibles à réaliser sur Terre.

3. Une coopération franco-italienne, le projet VIRGO, en cours de réalisation, devrait peut-être permettre leur mise en évidence d'ici l'an 2000.

Pour le débutant, la théorie de la relativité, qu'il s'agisse de la théorie restreinte ou de la théorie générale, présente (comme d'ailleurs toute théorie physique) des difficultés conceptuelles d'abord et d'autres purement techniques, ensuite.

Au niveau conceptuel, le principal problème consiste à « penser de manière relativiste », c'est-à-dire dans l'*espace-temps*<sup>4</sup>, notion absolument centrale. On pourrait croire que depuis 1908, date à laquelle il a été introduit, ce concept d'espace-temps, avec ses structures déterminées par le cône de lumière, est acquis dès les premières années d'université. Il n'en est malheureusement rien car, pour nombre d'étudiants (et souvent d'enseignants!) la Relativité Restreinte se limite à la transformation de Lorentz, à la contraction des longueurs et à la dilatation des durées! Il est clair, enfin, que l'apprentissage de la Relativité Générale présente, dans un premier temps, assez peu de difficultés conceptuelles pour qui maîtrise la Relativité Restreinte. C'est pourquoi cet ouvrage contient un exposé de cette théorie basé uniquement sur la notion d'espace-temps, notion introduite elle-même au niveau classique. Il est ensuite assez aisé de montrer, qualitativement, qu'en déformant le cône de lumière de la Relativité Restreinte, la gravitation rend pratiquement nécessaire l'introduction d'un espace-temps courbe. Si le *principe d'équivalence* – autre concept central de la Gravitation Relativiste – présente moins de difficulté dans ses versions les plus simples, auxquelles le lecteur peut se limiter dans un premier temps, il contient nombre de subtilités dont nous n'avons mentionné quelques-unes que pour mettre en évidence leur lien avec d'éventuels phénomènes géophysiques, astrophysiques ou autres, afin aussi que le lecteur ne soit pas confronté à un système théorique fermé mais garde présent à l'esprit que d'autres voies restent possibles.

Au niveau technique, maintenant, si le calcul tensoriel dans l'espace de Minkowski peut être maîtrisé assez facilement – à cette fin, les exercices sont indispensables – ce n'est pas tout à fait le cas de ce même calcul en espace courbe. Généralement, la conjonction de ce type de difficulté avec celles de nature conceptuelle peut rendre difficile l'abord de la Gravitation Relativiste. C'est pourquoi l'usage des coordonnées curvilignes a été introduit en Relativité Restreinte<sup>5</sup>, l'extension au cas d'un espace-temps courbe devenant alors très simple : il s'agit, à quelques détails près, des mêmes formules.

Ajoutons que la matière de ce livre a été enseignée pendant plusieurs années à des niveaux très divers allant de la seconde année d'université, dans ses aspects les plus simples, à la quatrième ou cinquième en l'adaptant, bien entendu, à ces différents publics. De cette diversité, il subsiste dans cet ouvrage une lecture possible à deux niveaux.

Le premier niveau, élémentaire, permet d'obtenir une vue générale du sujet et est surtout fondé sur des raisonnements intuitifs et sur une approche plutôt heuristique que technique.

---

4. Voir E.F. Taylor, J.A. Wheeler (1966).

5. A la suite de V.I. Fock (1966).

Le second niveau, tout en restant en deçà de ce qui est indispensable à une utilisation courante, exige un peu plus d'efforts car, si les concepts en jeu sont exposés avec leurs bases expérimentales et théoriques ainsi que leur articulation logique, il est également nécessaire de les étayer par des éléments techniques tout en restant au niveau des mathématiques usuelles. Ce second niveau, pour être réellement acquis, exige le recours aux exercices proposés en fin de chapitre. Il a pour but une compréhension minimale, notamment pour ceux que l'Astrophysique Relativiste intéresse, autorisant l'accès sans trop de difficultés à la littérature courante. Il est clair, cependant, que seuls des textes plus avancés (manuels ou articles originaux) peuvent permettre une certaine maîtrise du domaine.

Ce second niveau se veut « ouvert » ainsi qu'il convient à un domaine en plein développement. C'est pourquoi le lecteur trouvera dans les références aussi bien les articles des « pères fondateurs » que des compléments divers sur tel ou tel point, sur des démonstrations non données dans le cours du texte; il trouvera aussi des indications expérimentales ou observationnelles dont le détail n'a pas sa place ici; il trouvera également des tentatives « iconoclastes »; il s'agira enfin de rendre à César ce qui lui appartient... En aucun cas les références ne sont (ni ne peuvent être) exhaustives : il s'agit d'un choix de nature purement pédagogique.

Au niveau 1, le lecteur pourra se limiter à l'étude des parties suivantes du texte : chapitre 1 (complet); chapitre 2 (complet); chapitre 4 (complet); chapitre 6 (manifestations de la courbure, courbure des surfaces à deux dimensions, signification de la courbure intrinsèque, arguments en faveur d'un espace-temps courbe); chapitre 7 (le principe d'équivalence faible, le couplage minimal, lentilles gravitationnelles); chapitre 8 (début de la métrique de Schwarzschild).

Au niveau 2, qui contient naturellement le niveau 1 et représente à peu près soixante heures d'enseignement, en y incluant les exercices, le lecteur devra étudier les divers éléments techniques présentés ainsi que leurs applications, et les conforter par les problèmes proposés, qui se rapportent aussi bien à des démonstrations simples non données dans le corps du texte qu'à des points purement techniques, voire à des illustrations ou des compléments divers. On pourra, sur tel ou tel point, consulter l'un des manuels de relativité indiqués ou même les articles originaux de la bibliographie. De manière générale, certains paragraphes en petits caractères peuvent être sautés en première lecture.

A titre d'exemple, et pour nous limiter à des ouvrages publiés ces vingt dernières années, nous mentionnerons, par ordre de difficulté à peu près croissante et sans que la liste ci-dessous soit complète, les ouvrages suivants : J. Schwarz, M. McGuinness (1980); J. Foster, J.D. Nightingale (1979); M.G. Bowler (1976); B. Schutz (1988); N. Straumann (1984); S. Weinberg (1972); R. Wald (1984), etc. Ajoutons également deux ouvrages parus en français récemment : Ph. Tourrenc (1993); J. Leite-Lopes (1993).

A ces ouvrages il pourra être utile d'ajouter le livre d'exercices de Lightman *et al.* (1975). En ce qui concerne le volumineux ouvrage de Ch. Misner, K. Thorne et J.A. Wheeler (1973), il convient, dans la perspective limitée adoptée ici, de l'utiliser

davantage comme une sorte de dictionnaire que comme un manuel à part entière; nous nous y référerons cependant à maintes reprises.

## Remerciements

Je suis heureux de pouvoir remercier ici Mmes Sabine Collé et Dominique Lopez du soin apporté à la frappe de ce manuscrit.

Que mes collègues MM. E. Alvarez, L. Bel, L. Blanchet, B. Carter, T. Damour, N. Deruelle, D. Gerbal, E. Gourgoulhon, F. Hammer, J.P. Lasota, J.P. Luminet, J.A. Marck, P. Peter, D. Polarski, D. Priou, J. Schneider, H. Sivak, C. Vanderriest et M. Zonabend trouvent ici l'expression de ma reconnaissance pour leurs nombreuses remarques et suggestions qui m'ont permis d'améliorer grandement cette introduction ainsi que d'éviter quelques erreurs. Mes étudiants de ces dernières années m'ont également fait bénéficier de leurs critiques et remarques qui, elles aussi, ont été extrêmement utiles.





## CHAPITRE 1

# La gravitation newtonienne

Dans toute la physique classique, l'espace et le temps constituent l'arène où se déroulent les divers phénomènes de la Nature. Ceux-ci ne modifient aucunement ce cadre spatio-temporel qui, *inerte*, est fixé une fois pour toutes, de manière absolue. Bien plus, le temps et l'espace sont de natures totalement différentes et n'ont *aucun lien* entre eux. Aussi la relativité nous apparaîtra-t-elle comme une théorie de la liaison mutuelle de l'espace et du temps, qui trouvera son couronnement avec la Relativité Générale, laquelle lie les propriétés spatio-temporelles aux processus dynamiques qui s'y produisent.

### L'espace-temps newtonien

L'espace physique possède les propriétés usuelles de continuité, d'homogénéité, d'isotropie qu'on attribue à l'espace  $\mathbf{R}^3$ , muni de sa structure affine (parallélisme, existence de droites) et de sa structure métrique habituelle ("théorème" de Pythagore). Il est cependant nécessaire de bien comprendre le sens physique des divers concepts mathématiques liés à  $\mathbf{R}^3$ . Ainsi l'existence d'objets ou de phénomènes physiques, représentables par des droites (mathématiques) provient de la notion (expérimentale) d'alignement : trois points sont alignés (physiquement) si l'on peut trouver un point de vue tel qu'ils apparaissent confondus. Il s'ensuit que si la lumière constitue notre étalon de rectitude, c'est seulement par un pas supplémentaire de la pensée (lequel peut se révéler incorrect) que l'on peut identifier la trajectoire d'un rayon lumineux avec une droite de  $\mathbf{R}^3$ . De même le concept mathématique de parallélisme dans  $\mathbf{R}^3$  est directement lié à la notion (physique) de transport rigide et à celle de distance. Enfin, il faut se rendre compte que les propriétés (mathématiques) d'homogénéité et d'isotropie de l'espace physique ne font que traduire des faits d'expérience concernant les systèmes mécaniques : l'inaltérabilité des systèmes matériels mis dans quelque position et lieu que ce soit. Dans tous les cas, nos idées théoriques proviennent exclusivement de propriétés vérifiées à une *échelle locale*.

Le temps usuel est mathématisé par un simple paramètre réel et donc  $\mathbf{R}$  représente le temps :  $\mathbf{R}$  constitue l'élaboration quantitative de la notion qualitative

de *changement*. Physiquement, cela nécessite la connaissance d'un *étalon* du changement dont les états "successifs" (au sens intuitif) seront quantifiés de manière à définir une unité de temps. La principale caractéristique physique du temps est de s'écouler *uniformément*. Cela présuppose l'existence d'étalons restant semblables à eux-mêmes au cours de leurs changements d'état successifs. Cette hypothèse est basée sur la constatation empirique que les diverses horloges conduisent à des mesures concordantes de l'écoulement du temps. Enfin, le fait que  $\mathbf{R}$  soit totalement ordonné traduit, mathématiquement, la structure causale de la temporalité.

Ces propriétés physiques de l'espace (isotropie, homogénéité) et du temps (uniformité) se traduisent mathématiquement par des invariances dans des groupes de transformation (rotations, translations d'espace et de temps) qui impliqueront l'existence d'intégrales premières (moment cinétique, impulsion et énergie) ou constantes du mouvement.

Nous avons vu que, dans le cadre de la physique classique, l'espace et le temps étaient susceptibles d'être représentés mathématiquement par  $\mathbf{R}^3$  et  $\mathbf{R}$ , respectivement. Il est alors parfaitement possible de construire un espace-temps classique (c'est-à-dire prérelativiste), à quatre dimensions,

$$\mathcal{M} \equiv \mathbf{R}^{3+1} = \mathbf{R}^3 \times \mathbf{R}, \quad (1.1)$$

qui reste, à ce stade, une construction purement mathématique de peu d'utilité ou, tout au moins, sans base physique qui le rende nécessaire.

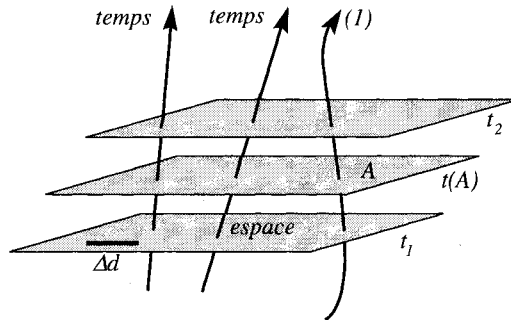
En réalité, même les notions (prérelativistes) d'espace et de temps sont intimement liées. C'est ce que Minkowski affirmait déjà, dans son célèbre article de 1908, de la manière suivante : "*Les objets de notre perception impliquent invariablement temps et lieu ensemble. Personne n'a jamais observé de lieu sauf en un instant donné, ni de temps sauf en un endroit précis*". A cela, on peut d'ailleurs ajouter que la présence de matière est indispensable si l'on veut observer quoi que ce soit. . . Bien que le lien entre l'espace et le temps soit tout à fait manifeste dans le contexte relativiste, il existe également dans le cadre newtonien et c'est ce que nous allons étudier rapidement ci-dessous.

Une discussion un peu approfondie [H. Reichenbach (1958); M. Bunge (1967)] du temps newtonien montre clairement déjà que le temps ne peut se concevoir sans un recours nécessaire à des notions spatiales. En outre, si nous avons analysé plus en détail les divers processus (idéaux) de mesure du temps, la liaison entre l'espace et le temps apparaîtrait également.

Dans le cas de l'espace physique, si l'on revient à la genèse de ses principales propriétés, on peut aussi constater l'existence de phénomènes temporels qui leur sont liés, quoique implicitement. Considérons, par exemple, le caractère *euclidien* de l'espace physique. Cette propriété provient, d'une part de la possibilité de déplacements *rigides* (éventuellement avec un mouvement rectiligne et uniforme) et, d'autre part, de l'analyse des processus de *mesure de distance*, lesquels impliquent soit le transport de règles rigides, soit, plus particulièrement, l'utilisation de *signaux lumineux*. Ce caractère euclidien de l'espace physique est donc basé implicitement

sur des faits utilisant la notion de temps, soit directement (mouvements divers), soit indirectement (propagation de signaux lumineux). Les autres propriétés de l'espace physique conduiraient à des conclusions semblables.

Finalement, l'espace-temps classique  $\mathbf{R}^{3+1}$  apparaît comme physiquement beaucoup plus fondamental qu'il n'y paraît à première vue; aussi peut-on se poser la question de savoir si ses diverses structures mathématiques correspondent, ou non, à des aspects particuliers de la réalité.



**Figure 1.1 : L'espace-temps classique.** Il possède une structure en strates spatiales, euclidiennes ( $\Delta d$  est la distance entre deux points d'une même strate du même espace physique). Le temps est représenté par des droites qui coupent ces diverses strates. (1) représente la trajectoire d'une particule ayant un mouvement arbitraire dans l'espace-temps newtonien.

Cette structure est décrite sur la figure 1.1. Le temps, universel et absolu, est représenté par des droites orientées (cette orientation est purement conventionnelle et n'est soumise qu'à une condition de cohérence minimale précisée plus loin) qui coupent chacun des 3-plans euclidiens représentant l'espace. *A priori* l'angle de ces droites avec les 3-plans spatiaux que l'on peut observer sur la figure est strictement *sans aucune signification*. En effet,  $\mathbf{R}^{3+1}$  ne possède pas de structure métrique euclidienne – contrairement au cas de la Relativité Restreinte<sup>1</sup> – qui puisse donner un sens à la notion d'angle dans cet espace<sup>2</sup>. C'est pourquoi *toutes* les droites du genre *temps*, c'est-à-dire non contenues dans un 3-plan spatial, constituent des axes de temps possibles, parfaitement équivalents. De même, l'angle apparent formé par deux tels axes de temps, du moins sur la figure, n'a pas non plus de signification absolue : il n'est dû qu'à l'inadéquation de notre représentation d'un espace non euclidien, l'espace-temps classique, par un espace qui, lui, est euclidien, celui de la feuille de papier assimilée à  $\mathbf{R}^2$ . Enfin la structure en *strates d'événements simultanés* de  $\mathbf{R}^{3+1}$  doit être interprétée comme sa *structure causale*. Ainsi l'hyperplan de type spatial  $t(A)$ , qui passe par l'événement  $A$  sépare l'espace-temps newtonien en deux régions : le futur  $t > t(A)$ , qui *peut* être influencé par les phénomènes susceptibles de se dérouler en  $A$ , et le passé  $t < t(A)$ , qui *peut* avoir

1. Pseudo-euclidienne, dans le cas de la Relativité Restreinte : voir le chapitre 2.

2. Via un produit scalaire du type  $\mathbf{X} \cdot \mathbf{Y} = |\mathbf{X}| |\mathbf{Y}| \cos \theta$ .

de Lorentz 44, 68, 70, 77  
Transport parallèle 131, 144  
Transposition 81  
Transverse–Traceless (TT) 240, 241  
Trou noir 222, 249  
Tycho Brahé 18  
  
Uniformité du temps 2, 89  
Unités 12, 40, 87  
Univers 57, 58

Variation 42, 216, 229, 280  
Variété 285-290  
    riemannienne 147  
Vénus 30, 31, 191  
Vide 126  
Vierbein 73  
Violation 164  
Vitesse 4, 5, 51  
Voigt 44

Rémi HAKIM

## Gravitation relativiste

Il existe à l'heure actuelle un certain nombre de théories relativistes de la gravitation compatibles avec l'expérience et l'observation. Toutefois, la Relativité Générale d'Einstein fut historiquement la première à fournir des résultats théoriques corrects en accord précis avec les faits. Aussi est-ce principalement à cette théorie que l'ouvrage est consacré. Il est constitué d'un exposé de la Relativité Générale ainsi que des éléments conceptuels et techniques permettant d'appréhender sans difficulté l'astrophysique relativiste.

Le premier niveau de lecture permet d'obtenir une vue générale du sujet et est surtout fondé sur des raisonnements intuitifs ; le second est étayé par des éléments techniques tout en restant au niveau des mathématiques usuelles. L'ouvrage donne aussi une perspective historique de la synthèse de la Relativité et de la gravitation et offre des compléments donnant accès à la littérature spécialisée.

Ce manuel est destiné aux étudiants en maîtrise de physique et en DEA de physique théorique ou d'astrophysique. Ses parties les plus didactiques sont abordables dès la licence.

*Rémi Hakim* est professeur à l'université Paris VII et effectue ses recherches à l'Observatoire de Paris-Meudon au sein du Département d'Astrophysique Relativiste et de Cosmologie.

### SAVOIRS ACTUELS

Collection dirigée par Michèle LEDUC et Georges BRAM

 CNRS EDITIONS

 EDP  
SCIENCES

Extrait de la publication

Ces ouvrages, écrits par des chercheurs, reflètent des enseignements dispensés dans le cadre de la formation à la recherche. Ils s'adressent donc aux étudiants avancés, aux chercheurs désireux de perfectionner leurs connaissances ainsi qu'à tout lecteur passionné par la science contemporaine.



© CNRS EDITIONS - EDP Sciences 20