

**L'AVENIR DE LA SCIENCE — 13**

*Collection dirigée par Jean Rostand*

**É M I L E   B O R E L**

de l'Institut

**LE JEU  
LA CHANCE**

**ET LES THÉORIES SCIENTIFIQUES  
MODERNES**

*nrf*

**GALLIMARD**

Extrait de la publication









*Tous droits de reproduction et de traduction réservés  
pour tous les pays y compris la Russie  
Copyright by Librairie Gallimard, 1941*

## PRÉFACE

Peu de personnes ignorent les relations étroites des jeux de hasard avec la théorie des probabilités et la plupart des lecteurs de cette collection sont également au courant du rôle important joué par cette même théorie des probabilités dans certaines théories scientifiques modernes. Il m'a semblé qu'il ne serait pas dépourvu d'intérêt de jeter un coup d'œil d'ensemble sur ces diverses questions, de manière à mettre en évidence les principes essentiels de la science du hasard et l'unité des méthodes de cette science, à travers la singulière diversité de ses applications.

C'est cette unité et cette simplicité qui devraient inspirer à tous une confiance totale dans les conclusions auxquelles conduit l'étude scientifique des lois du hasard, malgré les difficultés qu'éprouvent certains esprits de se dégager de préjugés ancrés au plus profond de leur sensibilité.

Chacun des chapitres de ce petit livre aurait pu être développé et atteindre aisément les dimensions d'un ouvrage complet ; nous espérons cependant avoir dit l'essentiel, c'est-à-dire tout ce qui est nécessaire pour comprendre que les divers sujets abordés ici sont en réalité des aspects complémentaires d'une même science, la science des probabilités, qui tend progressivement à dominer un plus grand nombre de sciences et d'activités humaines. Lorsque l'on aura

ainsi compris l'importance primordiale de la science des probabilités, on se trouvera mieux préparé à en étudier les applications diverses, dont nous n'avons pu donner que des échantillons.

Chacun de nous fait constamment des probabilités sans le savoir, comme M. Jourdain faisait de la prose ; ce n'est pas seulement le cas de ceux qui pratiquent les jeux de hasard, mais de tous ceux qui contractent une assurance ou même simplement achètent telle valeur ou tels objets avec l'arrière-pensée qu'une hausse va se produire, sans parler des innombrables clients de la loterie. Il n'est pas besoin de dire que nous ne prétendons pas donner des recettes pour gagner à coup sûr à la loterie, ni à la roulette. Mais la réflexion sur les probabilités n'en est pas moins utile à tous ceux qui, par nécessité ou par goût, se trouvent conduits à attacher de l'importance aux caprices du hasard.

. Ceux de nos lecteurs qui désireront approfondir quelques-uns des sujets traités pourront utiliser notre index bibliographique sommaire, qui a été composé précisément à leur intention : une bibliographie détaillée de l'ensemble des sujets traités ou effleurés aurait exigé des centaines de pages.

Paris, mai 1941.

Émile BOREL.

## CHAPITRE PREMIER

### LE JEU ET LES JOUEURS

1. *Le goût du jeu.* — Le goût des hommes pour le jeu est un des faits sociaux les plus fréquents ; on le constate à toutes les époques, sous tous les climats, à tous les âges de la vie, dans toutes les classes sociales. Peut-être est-il plus répandu chez les enfants et chez les vieillards que chez les adultes ; il paraît également être plus fréquent chez les hommes que chez les femmes ; mais si l'on considère tous les humains qui vivent ou ont vécu sur la terre, le goût du jeu est plus universel que le goût du pain ; on constate même parfois ce goût chez certains animaux domestiques, mais il semble bien qu'il s'agisse ici d'un goût acquis sous l'influence et à l'imitation des hommes, et que le goût du jeu soit l'un des caractères par lesquels la race humaine se distingue des animaux.

La variété des jeux est innombrable et nous ne pourrions songer à les énumérer, même en nous bornant à ceux qui sont pratiqués à notre époque et dans notre pays ; après les jeux puérils analogues à celui du chat qui joue avec une

pelote de laine, il faudrait parler des jeux enfantins extrêmement variés : dans beaucoup d'entre eux, le matériel est constitué uniquement par les joueurs eux-mêmes, qui se poursuivent ou se cachent suivant des règles parfois compliquées, comme au jeu de barres ; parfois, ils déplacent un objet qui peut être un simple caillou, une bille ou un ballon ; dans d'autres jeux, l'enfant imite les activités des adultes ; il joue à la poupée ou au gendarme ; enfin, bien des enfants s'initient aux jeux pratiqués par les adultes. Ceux-ci sont encore plus nombreux et variés que les jeux enfantins. Jeux de plein air, depuis le jeu de boules si répandu dans nos campagnes jusqu'au tennis, au football et au golf ; jeux de cartes, dont les noms seuls rempliraient des pages entières, y compris les patiences ou réussites, jeux exigeant un matériel plus ou moins compliqué, comme les dés, les dominos, les dames ou les échecs, jeux où le joueur n'intervient qu'en pariant sur des événements qui se déroulent en dehors de lui, comme celui qui joue aux courses ou prend un billet de loterie, jeux qui opposent deux adversaires et jeux auxquels participent de nombreux joueurs, jeux d'adresse et jeux de hasard. Cette énumération très incomplète suffit à faire pressentir la grande variété des jeux ; nous porterons ici notre attention sur une catégorie particulière, d'ailleurs fort étendue de jeux, ceux dans lesquels intervient plus ou moins le hasard et nous verrons que l'on peut, à un certain point de vue, annexer

à cette catégorie de jeux des activités humaines en apparence fort différentes et regardées comme plus sérieuses, telles que les assurances.

2. *Caractères essentiels du jeu.* — Comme beaucoup de mots fort usités, le mot *jeu* a acquis un grand nombre de sens, que nous sommes loin d'avoir tous indiqués : les acteurs jouent la comédie ; les musiciens jouent du violon et l'on dit parfois : le jeu d'un acteur, le jeu d'un violoniste.

Il semble bien cependant qu'il y ait certains traits communs à tous les jeux et aussi certains caractères qui différencient les jeux auxquels sont consacrés les premiers chapitres de ce livre.

Le caractère le plus général des jeux, c'est leur caractère conventionnel ; tout jeu est basé sur une convention humaine ; convention, en grande partie, sinon entièrement, *arbitraire*. Le caractère arbitraire de la convention apparaît particulièrement dans les jeux de cartes puisque, avec les mêmes cartes, on peut jouer à un très grand nombre de jeux entièrement différents. Tout joueur doit se soumettre à des règles précises et se considère lui-même comme fautif lorsqu'il n'observe pas ces règles ; dans certains jeux d'enfants, la règle consiste seulement à se soumettre d'une manière permanente à une convention manifestement fautive, comme la petite fille qui regarde sa poupée comme une personne vivante ; tel est d'ailleurs aussi le cas

pour l'acteur qui est, pendant une soirée, César ou Napoléon.

Un autre caractère essentiel du jeu est que l'activité y est déployée d'une manière purement désintéressée, c'est-à-dire sans aucun profit réel pour la collectivité ; le jeu s'oppose ainsi au travail. Ceci n'est pas contredit par le fait que certains spectateurs paient pour assister à un match de tennis ; ce fait ne suffit pas pour transformer le jeu en travail effectif ; jouer au tennis peut devenir un métier qui permet au joueur de gagner sa vie, mais ce joueur ne crée pas cependant une valeur réelle comme le travailleur des champs ou de l'usine.

Enfin, dans la plupart des jeux, et c'est à ceux-là que nous nous bornerons désormais, le but de chaque joueur est de réussir, soit réussir d'une manière absolue s'il est seul joueur, soit réussir mieux que son adversaire, ou que ses adversaires, et, par suite, les dominer, *gagner*, alors que les autres perdent. Accessoirement, ce gain abstrait peut être, d'après les conventions, accompagné du gain concret d'une certaine somme d'argent, dont le montant est défini par des règles précises : les règles du jeu fixent le nombre des unités gagnées et une convention spéciale à chaque groupe de joueurs fixe la valeur de l'unité ; dans certains jeux, comme le bridge ou le poker, la valeur du gain ou de la perte varie suivant les péripéties du jeu. Ce fait du gain ou de la perte ne contredit pas le caractère désintéressé de l'activité des joueurs ;

cette activité n'est pas productive, car le gain des uns est compensé par la perte des autres ; lorsque le jeu est *équitable*, les gains d'un joueur sont, en moyenne, compensés par ses pertes.

La possibilité de perdre ou de gagner des sommes souvent élevées est cependant souvent regardée comme la caractéristique essentielle du jeu ; lorsqu'on dit qu'un homme est un joueur invétéré, on entend généralement par là qu'il risque souvent au jeu de fortes sommes d'argent.

A ces joueurs d'argent s'apparentent les spéculateurs ; on dit volontiers qu'ils jouent à la Bourse ; au point de vue où nous nous plaçons, la spéculation doit être rangée parmi les jeux. Nous devons aussi y ranger les assurances qui ont ce caractère commun avec le jeu et la spéculation de ne créer aucune valeur réelle ; si ma maison est assurée contre l'incendie et est détruite par le feu, le fait d'être assuré me fait gagner une somme considérable, mais cette somme est perdue par la compagnie d'assurances ; inversement, si pendant des années je verse une prime et ne suis pas sinistré, j'aurai perdu une somme importante que la compagnie aura gagnée.

Signalons, pour terminer ce qui a trait aux questions d'argent que, si le jeu est un plaisir pour ceux qui s'y livrent, il est fort peu de jeux qui soient des plaisirs entièrement gratuits ; il en est même qui sont fort coûteux. Nous apprendrons à évaluer le coût réel de certains jeux, comme la roulette, où ce coût est représenté

surtout par le bénéfice du tenancier de la maison de jeux.

En résumé, les jeux que nous considérons sont caractérisés par le caractère conventionnel des règles, le caractère improductif de l'activité déployée, le fait qu'il y a un ou plusieurs gagnants et perdants, le gain et la perte pouvant être accompagnés d'une certaine somme d'argent. Ces caractères se retrouvent dans les paris auxquels se réduisent, en fait, les spéculations et les assurances ; il est des jeux de cartes, tels le poker, qui se ramènent aussi à des paris.

Notre but est d'examiner les relations entre les jeux et la théorie mathématique du hasard, que l'on nomme aussi calcul des probabilités. Nous allons d'abord passer en revue les principales catégories de jeux, afin d'essayer de déterminer, pour chacune de ces catégories, quelle est la part du hasard et celle de l'habileté des joueurs ; nous serons, chemin faisant, amenés à constater le rôle important joué dans bien des jeux par certains facteurs psychologiques, parfois assez malaisés à définir et nous serons ainsi préparés à l'analyse des phénomènes auxquels les joueurs donnent le nom de « chance » et auxquels ils rattachent bien des superstitions, basées parfois sur des faits incontestables et mal interprétés, mais parfois aussi sur des constatations vagues et mal contrôlées.

3. *Les jeux intellectuels.* — Il y a des jeux purement intellectuels, c'est-à-dire où le succès ne

dépend que de l'intelligence du joueur, intelligence aidée d'ailleurs par la mémoire et l'imagination visuelle, aidée également par la connaissance d'un grand nombre de parties jouées par d'excellents joueurs, c'est-à-dire par une érudition souvent très considérable. Le plus universellement connu de ces jeux est le jeu d'échecs ; on peut aussi citer le jeu de dames et le jeu de go-bang, fort pratiqué en Chine et au Japon. L'expérience prouve que certains joueurs, qui ont à la fois une grande pratique de ces jeux et des aptitudes spéciales surpassent nettement les joueurs ordinaires et les battent constamment. On pourrait même classer les joueurs d'échecs en une douzaine de catégories, depuis les champions jusqu'aux débutants ; cette classification comporterait forcément une part d'arbitraire, de sorte que le sort d'une partie entre deux joueurs de catégories voisines ne pourrait être prédit. En effet, les limites de deux catégories immédiatement voisines sont imprécises et on hésitera parfois à ranger tel joueur dans la première ou dans la seconde ; il y a donc une différence insensible entre le moins bon joueur de la première et le meilleur de la seconde ; il peut se faire qu'ils soient pratiquement de même force ; mais un joueur de la première catégorie gagnera presque sûrement un joueur de la troisième et à coup sûr un joueur de la quatrième ou des suivantes ; un joueur de la seconde catégorie gagnera de même presque sûrement un joueur de la quatrième, et ainsi de suite.

Mais, entre joueurs d'une même catégorie, le sort de la partie est incertain ; tantôt c'est l'un qui gagne, tantôt c'est l'autre ; parfois cependant, on peut constater que l'un d'eux domine l'autre, c'est-à-dire gagne plus souvent (1), par exemple 60 fois sur 100. Il n'est pas évident *a priori* que si un joueur A domine ainsi un joueur B et si le joueur B à son tour, domine un joueur C, le joueur A dominera C. Il semble bien cependant qu'en fait il en est ainsi, c'est-à-dire que les joueurs de même catégorie peuvent, à une époque donnée, être classés, en quelque sorte, par ordre de force, chacun d'eux gagnant plus de 50 fois sur 100 ceux qui le suivent. On constatera cependant assez souvent qu'un joueur est battu par un autre joueur moins fort que lui. Ceci prouve que le hasard n'est pas complètement éliminé d'un jeu comme les échecs ; ce fait tient à ce que la plupart des joueurs sont loin d'être capables de prévoir toutes les conséquences que pourra avoir à la fin de la partie tel coup qu'ils auront joué au début ; il semble même que ce soit parfois le cas pour les meilleurs joueurs ; celui qui saurait tout prévoir devrait gagner toujours à coup sûr ; il y a donc une part de hasard, car le fait d'avoir avancé tel ou tel pion au huitième coup se trouve être avantageux ou désavantageux au quarantième coup. Il ne serait donc pas absurde d'appliquer

(1) Pour éviter les longueurs de langage inutiles, nous omettons volontairement ici le cas des parties nulles, cas assez fréquent lorsque les joueurs en présence sont à peu près de même force.

le calcul des probabilités à l'étude des résultats obtenus dans des tournois d'échecs comportant un grand nombre de parties entre adversaires de la même catégorie.

Il est permis d'imaginer que les théoriciens des échecs arriveront un jour à formuler des règles précises permettant à chaque joueur de jouer dans chaque circonstance le mieux possible. S'il en était ainsi, et si nous admettions, suivant l'usage, que les blancs ont le trait, on pourrait prédire avec certitude que l'une des trois éventualités suivantes se réalisera toujours à l'exclusion des deux autres, ou bien les blancs gagnent à coup sûr, ou bien les noirs gagnent à coup sûr, ou bien toutes les parties sont forcément nulles. C'est bien ce qui se produit dans les cas relativement simples des *fins de parties* qui ont été étudiées ; on sait par exemple que la tour et le roi gagnent sûrement le roi seul, tandis que le fou et le roi font partie nulle. Il est à peine besoin de dire que nous sommes fort loin de cette époque où le jeu d'échecs aurait perdu tout intérêt, puisque le résultat de chaque partie pourrait être prévu.

4. *Les jeux d'adresse.* — Une partie de ce que nous venons de dire des jeux intellectuels peut être répété, sans modification, au sujet des jeux d'adresse, tels que le tennis ou le billard. A ces jeux également, on peut classer les joueurs en catégories dont les premières dominant les suivantes. On constate toutefois que lorsque les

deux joueurs n'appartiennent pas à des catégories par trop différentes, le plus faible arrive cependant à marquer de temps en temps un point, ce qui, bien entendu, ne suffit pas pour lui faire gagner une partie. On constate ainsi que le hasard joue un rôle plus grand que dans les jeux intellectuels et telle est la raison d'être des règles assez compliquées d'après lesquelles le gain d'une partie de tennis exige un assez grand nombre de points acquis un à un (1). En vertu de ces règles, le calcul des probabilités permettrait de calculer les chances que A a de gagner B lorsque A bat B seulement 60 fois sur 100 chaque fois que l'un d'eux sert une balle (2) ; on trouverait que ces chances sont très considérables, c'est-à-dire que pour gagner sûrement un adversaire au tennis, il suffit de le battre un peu plus souvent que 5 fois sur 10 sur chaque balle servie.

La règle du billard est fort différente ; chaque joueur joue seul et n'influe pas sur le jeu de l'autre, sauf cependant par la disposition des billes qu'il lui laisse lorsqu'il a raté son carambolage ; d'autre part, les joueurs habiles savent jouer la série, c'est-à-dire non seulement réussir un carambolage, mais amener les billes dans une position telle que le carambolage suivant soit

(1) J'ometts, pour simplifier, le fait qu'il n'y a pas symétrie, c'est-à-dire que les chances de gain élémentaire ne sont pas les mêmes au tennis suivant que c'est A ou B qui sert.

(2) Je laisse ici de côté, pour simplifier le langage, les règles particulières d'après lesquelles on compte les points et les sets au tennis. Voir Index, 10.

plus aisé ; cette manière de jouer entraîne d'ailleurs parfois le risque de laisser également un coup aisé à l'adversaire ; ces circonstances compliqueraient un peu l'application du calcul des probabilités au jeu de billard.

En résumé, le hasard tend à jouer, comme on pouvait s'y attendre, un plus grand rôle dans les jeux d'adresse que dans les jeux purement intellectuels ; mais cette influence trop grande du hasard se trouve éliminée par les règles qui exigent un nombre relativement grand de succès élémentaires pour le gain d'une partie.

Enfin, pour terminer ce qui concerne les jeux d'adresse, n'oublions pas de mentionner que ces jeux sont également, pour une part, intellectuels, en ce sens qu'il faut souvent choisir très vite entre deux possibilités et se déterminer à la fois d'après les conditions techniques du jeu et d'après ce que l'on sait des habitudes et de la psychologie de son adversaire.

5. *Jeux où interviennent à la fois le hasard et l'habileté des joueurs.* — Ces jeux sont les plus répandus ; ils comprennent à peu près tous les jeux de cartes, les dominos, certains jeux où sont utilisés les dés, comme le tric-trac, etc. Dans beaucoup de ces jeux, le gain de la partie s'obtient par le gain successif d'un certain nombre de points, d'après des règles plus ou moins compliquées. Il est d'ailleurs toujours loisible aux joueurs de faire des conventions sur le nombre

des parties successives qui seront jouées et de convenir, par exemple, que le gain définitif sera acquis par le gain d'au moins 2 parties sur 3, ou d'au moins 3 parties sur 5. Il est aisé de voir que toutes les règles qui tendent à augmenter le nombre des points et des parties favorisent le joueur le plus fort, c'est-à-dire celui qui gagne un peu plus souvent que son adversaire le ou les points dont l'addition finit par amener le gain de la partie.

C'est un fait expérimental que certains joueurs sont nettement supérieurs à certains autres, c'est-à-dire gagnent plus souvent, malgré les hasards parfois malheureux de la distribution des cartes, à condition toutefois que l'expérience porte sur un nombre assez grand de parties. L'habileté du joueur est faite de diverses qualités intellectuelles, au premier rang desquelles il faut mentionner la mémoire ; mémoire des cartes jouées au cours du jeu, mémoire d'un assez grand nombre de coups antérieurs. Il y a aussi des qualités tactiques, qui se manifestent dans le plan adopté pour l'ordre dans lequel sont jouées les cartes et enfin des qualités psychologiques qui permettent de deviner le jeu de l'adversaire et parfois du partenaire, d'après leur comportement (enchères ou manière de jouer). L'analyse de ces qualités du bon joueur devient plus compliquée dans les jeux comme le bridge où les joueurs sont associés par équipes, car chacun d'eux doit tenir compte, non seulement de la psychologie de ses adversaires, mais de la





# L'AVENIR DE LA SCIENCE

Collection dirigée par Jean Rostand

- |  |   |
|--|---|
| <p>1. — LE TEMPS ET LA VIE<br/>par LECOMTE DU NOÛY</p> <p>2. — L'ORIGINE DU CANCER<br/>par J. P. LOCKHART-MUMMERY</p> <p>3. — EMBRYOLOGIE<br/>ET GÉNÉTIQUE<br/>par TH. H. MORGAN</p> <p>4. — LA LUTTE<br/>CONTRE LA MORT<br/>par S. METALNIKOV</p> <p>5. — LA VIE SEXUELLE<br/>ET SOCIALE DES SINGES<br/>par S. ZUCKERMANN</p> <p>6. — LES MÉCANISMES<br/>DU CERVEAU<br/>par JEAN LHERMITTE</p> <p>7. — LA SCIENCE<br/>DES HORMONES<br/>par R. RIVOIRE</p> <p>8. — LES CELLULES<br/>EMBRYONNAIRES<br/>par RAOUL-MICHEL MAY</p> <p>9. — LE SIÈCLE A VENIR<br/>par C. C. FURNAS</p> <p>10. — LES ATOMES, LES<br/>HOMMES ET LES ÉTOILES<br/>par ROGERS D. RUSK</p> <p>11. — BIOLOGIE<br/>ET MÉDECINE.<br/>par JEAN ROSTAND</p> <p>12. — LE NOUVEL UNIVERS<br/>par JULES SAGERET</p> <p>13. — DU CONNU A L'INCONNU<br/>par ANDRÉ Ste-LAGÛE</p> <p>14. — L'HOMME (Introduction à<br/>l'étude de la biologie humaine)<br/>par JEAN ROSTAND</p> <p>15. — LE JEU, LA CHANCE<br/>ET LES THÉORIES<br/>SCIENTIFIQUES MODERNES<br/>par ÉMILE BOREL</p> <p>16. — LA PSYCHOLOGIE,<br/>SCIENCE<br/>DU COMPORTEMENT<br/>par PIERRE NAVILLE</p> <p>31. — L'HÉRÉDITÉ DES PRÉDISPOSITIONS MORBIDES<br/>par RAYMOND TURPIN</p> | <p>17. — LES MIGRATIONS<br/>ANIMALES<br/>par L. CHOPARD, L. BERTIN,<br/>J. BERLIOZ, P. LAURENT</p> <p>18. — DES ORCHIDÉES<br/>A LA POMME DE TERRE<br/>(Essai sur la symbiose)<br/>par JOSEPH MAGROU</p> <p>19. — BIOLOGIE<br/>DES CHAMPIGNONS<br/>par MARIUS CHADEFAUD</p> <p>20. — LA FORMATION<br/>DU SYSTÈME NERVEUX<br/>par RAOUL-MICHEL MAY</p> <p>21. — LA CULTURE<br/>DES TISSUS<br/>par R.-J. GAUTHERET</p> <p>22. — VERS L'INFINIMENT<br/>PETIT<br/>par ARMAND DE GRAMONT</p> <p>23. — LES CHANGEMENTS<br/>DE SEXE<br/>par ÉTIENNE WOLFF</p> <p>24. — L'ORGANISME<br/>EN LUTTE<br/>CONTRE LES MICROBES<br/>par ANDRÉ BOIVIN<br/>et ALBERT DELAUNAY</p> <p>25. — LES PARADOXES<br/>DE L'INFINI<br/>par ÉMILE BOREL</p> <p>26. — LES OUTILS<br/>CHEZ LES ÊTRES VIVANTS<br/>par ANDRÉE TÉTRY</p> <p>27. — LA SCIENCE<br/>DES MONSTRES<br/>par ÉTIENNE WOLFF</p> <p>28. — L'HOMME<br/>ET L'ÉVOLUTION<br/>par A. VANDEL</p> <p>29. — LE SYSTÈME<br/>NERVEUX SYMPATHIQUE<br/>par PAUL CHAUCHARD</p> <p>30. — L'IMAGE DU MONDE<br/>par GABRIEL MONOD-HERZEN</p> |
|--|---|

## SÉRIE IN-S°

- |   |  |
|---|--|
| <p>1. — LES FOSSILES VIVANTS<br/>DES CAVERNES<br/>par RENÉ JEANNEL</p> <p>3. — AUX SOURCES DE LA CONNAISSANCE :<br/>LA SENSATION, GUIDE DE VIE<br/>par HENRI PIÉRON</p> | <p>2. — LES ASPECTS INTUITIFS<br/>DE LA MATHÉMATIQUE<br/>par GEORGES BOULIGAND</p> |
|---|--|