

Chapitre 7

Modèles de décision séquentiels : une vision dynamique de l'investissement

« Hésiter, c'est déjà prendre une décision. »

Stanislaw Jerzy Lec

Dans les chapitres qui précèdent, nous avons abordé des situations dans lesquelles l'investisseur n'avait qu'une seule décision à prendre : choix du meilleur projet à la date initiale, $t_0 = 0$. Dans la réalité, pour les investissements lourds, il arrive souvent que le projet soit fractionné en différentes étapes ou **tranches d'investissement** étalées dans le temps (limitation des risques, *cf.* chapitre introductif). Le décideur ne doit plus faire un seul choix en t_0 mais une succession de choix à des dates t_i , généralement prédéfinies. À chaque date t_i , il se demande quelle est la tranche d'investissement la plus favorable compte tenu de l'information disponible. En t_0 , il doit connaître *a priori* quelle est la meilleure **séquence de décisions** pour chacun des scénarios envisageables sur l'environnement du projet (vision dynamique du projet en t_0).

Pour mener cette analyse, il devient très vite compliqué d'élaborer une matrice de performances conditionnelles puisque, à chaque date t_i , on dispose d'un ensemble de variantes envisageables quant aux tranches du projet dont les conséquences dépendent de scénarios, eux-mêmes évolutifs. On utilise alors un procédé relativement simple dans son principe, mais doté de grandes possibilités : **l'arbre de décision**.

Dans ce chapitre, on montre que ce procédé s'applique à des situations autres que celles des investissements fractionnés. D'une façon générale, on l'utilise à chaque fois qu'une séquence de décision est envisageable : tranches d'investissement mais aussi choix quant à la date d'investissement (investir aujourd'hui ou bien attendre) ou encore possibilité de se retirer après une première période d'exploitation.

L'intérêt de l'arbre de décision est maximal lorsque le **niveau d'information augmente** avec le temps. Nous insistons donc sur les modèles de choix d'investissement en information croissante. Ceux-ci sont précieux pour évaluer l'avantage des choix flexibles par rapport aux choix irréversibles (estimation de la **valeur de l'option réelle**).

Néanmoins on peut utiliser l'arbre de décision lorsque l'information initiale sur les états du monde futurs reste constante sur tout l'horizon du projet. Cela fait l'objet du premier paragraphe.

Plan du chapitre

- 1 Arbre de décision d'un projet en information constante
- 2 Théorie des options réelles et arbre de décision d'un projet en information croissante
- 3 Exemples d'application : modèles à gain d'information total

Une étude de cas (secteur éolien) est réalisée en fin de chapitre.

I. Arbre de décision d'un projet en information constante

1. Hypothèses

On considère un projet d'investissement susceptible d'être fractionné en tranches, inséré dans un univers risqué (on peut évaluer objectivement les probabilités de réalisation des états du monde¹).

1. On rappelle que l'on présente uniquement des modèles d'aide à la décision avec des probabilités exogènes (i.e. qui ne dépendent pas des décisions).

Dans ce paragraphe, on suppose que l'information initiale sur les états du monde futurs reste constante sur tout l'horizon du projet.

Dans un premier temps, on fait l'hypothèse que le décideur est neutre vis-à-vis du risque. Le critère de choix retenu est donc la maximisation de l'espérance mathématique de la VAN.

2. Méthodologie de l'analyse par arbre de décision

2.1. Définition

L'arbre de décision est à la fois une illustration graphique qui explicite la séquence des décisions à prendre en même temps qu'un outil d'analyse conduisant à la sélection des actions à adopter.


2.2. Quelles sont les étapes de la méthode ?


À partir d'une liste d'actions envisageables et d'un ensemble de scénarios probabilisés sur l'environnement du projet, les étapes de la méthode de l'arbre de décision sont les suivantes :

Détermination des dates où une décision est à prendre

Il s'agit de situer sur l'échelle de temps, les **fenêtres d'opportunité** où un choix devra être fait. La première fenêtre se situe à l'instant $t_0 = 0$. Ensuite, selon le type d'investissement considéré (ex : nombre de tranches indépendantes), il y a une ou plusieurs fenêtres étalées dans le temps.

Tracé de l'arbre de décision

Pour tracer l'arbre de décision, on fait figurer un **carré** au niveau de chaque fenêtre d'opportunité pour symboliser qu'il y a un choix à faire : 

Les conséquences du choix étant conditionnées par des états du monde, on situe dans l'arbre des **ronds**, pour représenter les nœuds d'événements (i.e. les loteries) : 

L'alternance entre les carrés (points de décision) et ronds (loteries) est obligatoire. En effet, une séquence de décisions consécutives sans événements intermédiaires impliquerait que la seconde est automatique : il n'y aurait donc de fait qu'une seule décision à prendre. Par ailleurs, la présence de deux nœuds d'événements consécutifs signifierait seulement que l'on est en présence d'événements complexes dont les probabilités composées pourraient être calculées.

Calcul des performances conditionnelles

À partir du graphique, les performances conditionnelles sont calculées pour l'ensemble des points finaux appelés **feuilles**, en fonction des données économiques du problème.

Calcul de l'espérance de la VAN en $t_0 = 0$

Afin de prendre la première décision, on commence à se placer au point de décision le plus à droite, c'est-à-dire le plus éloigné dans le temps. On remonte alors de proche en proche l'arbre de décision en remplaçant successivement chaque nœud d'événements par son résultat espéré (espérance de la VAN) et chaque point de décision par le résultat espéré maximum (Maximisation de l'espérance de la VAN à chaque point de décision).

3. Cas où le décideur n'est pas neutre vis-à-vis du risque

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, le critère maximisation de l'espérance, ne tient pas compte du comportement du décideur vis-à-vis du risque. Pour tenir compte de l'aversion de l'investisseur face au risque, on peut sophistiquer l'analyse en remplaçant chaque nœud d'événements par l'utilité espérée de la VAN (utilité de Von Neumann et Morgenstern) et chaque point de décision par l'utilité espérée maximum.

Une autre façon équivalente de procéder, est de remplacer chaque nœud d'événements par l'équivalent certain de la loterie correspondante.

4. Exemple d'application : Investissement pouvant être fractionné

La meilleure façon de comprendre la technique de l'arbre de décision est de l'appliquer sur un exemple simple.

On considère que l'information est constante et que le décideur est neutre par rapport au risque.

4.1. Énoncé

Dans l'objectif d'augmenter son chiffre d'affaires, le directeur d'une usine souhaite réaliser un investissement de capacité d'une durée de vie estimée à 10 ans. Cependant, un risque pèse sur la demande du produit fabriqué par ce nouvel investissement. Deux états du monde sont envisageables :

- État favorable dans lequel l'ensemble de la production est écoulee sur le marché : demande Forte (F) de probabilité p .

- État défavorable dans lequel une partie seulement de la production est écoulee. Cet état conduit à des pertes car le produit de la vente ne couvre pas les charges d'exploitation : demande faible (f) de probabilité $1 - p$.

La configuration de la demande est susceptible de changer dans trois ans (ouverture d'un nouveau marché à l'étranger).

Le directeur envisage donc la possibilité de fractionner l'investissement en deux tranches indépendantes :

une tranche en $t = 0$, l'autre trois ans plus tard, en $t = 3$.

En $t = 3$, il n'aura aucune information supplémentaire sur les états du monde car le succès de son produit à l'étranger n'est pas certain. Les états du monde pendant la première période ([0 ; 3 ans]) sont totalement indépendants des états du monde de la période suivante ([3 ans ; 10 ans]). Notons que ces états resteraient stables pendant la première période et pendant la seconde. Compte tenu du coût du capital de l'entreprise, le taux d'actualisation retenu est de 10 %.

4.2. Données économiques

Les données du problème sont synthétisées dans les tableaux ci-dessous.

Tableau 1 – **Données économiques pour chacune des situations envisageables (FNT en k€)**

Période 1 [0 ; 3 [Période 2 [3 ; 10]			
Choix en $t = 0$	Investissement	Demande forte	Demande faible	Choix en $t = 3$	Investissement	Demande forte	Demande faible
Totalité de l'investissement	60	45	- 10	Continuation	0	45	- 10
Première tranche	35	25	10	Deuxième tranche	35	45	- 10
				Continuation	0	25	10

On actualise ces données pour $t = 0$ en utilisant les tables financières tabulant les coefficients d'actualisation et leur somme.

Tableau 2 – Somme des FNT actualisées par période (en k€)

Période 1 [0 ; 3 [Période 2 [3 ; 10]			
Choix en t = 0	Investissement	Demande forte	Demande faible	Choix en t = 3	Investissement	Demande forte	Demande faible
Totalité de l'investissement	60	$45 \times 1,736 \cong 78$	$-10 \times 1,736 \cong -17$	Continuation	0	$45 \times 4,4 \cong 198$	$-10 \times 4,4 \cong -44$
Première tranche	35	$25 \times 1,736 \cong 43$	$-10 \times 1,736 \cong -17$	Deuxième tranche	$35 \times 0,7513 \cong 26$	$45 \times 4,4 \cong 198$	$-10 \times 4,4 \cong -44$
				Continuation	0	$25 \times 4,4 \cong 110$	$10 \times 4,4 \cong 44$

4.3. Arbre de décision

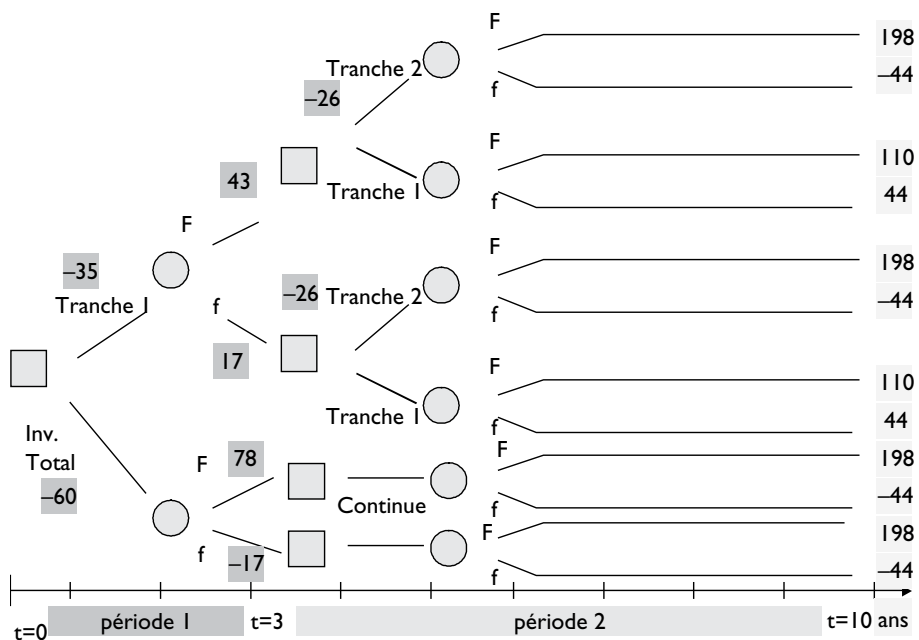


Fig. 1 : Arbre de décision.

4.4. Détermination des VAN à chaque nœud de décision

Nœuds en $t = 3$

En $t = 3$, on calcule l'espérance de la VAN d'investir dans la seconde tranche ainsi que celle de continuer seulement la première tranche.

Pour simplifier, l'espérance de la VAN est notée VAN.

$$\text{VAN}_{(t=3)}(\text{Tranche 2}) = -26 + 198p - 44(1-p).$$

$$\text{VAN}_{(t=3)}(\text{Tranche 1}) = 110p + 44(1-p).$$

On choisit l'option qui maximise la VAN en $t = 3$.

Nœud en $t = 0$

En $t = 0$, on calcule l'espérance de la VAN d'investir seulement dans la tranche 1 et celle de la VAN de réaliser tout de suite la totalité de l'investissement.

$$\text{VAN}_{(t=0)}(\text{Tranche 1}) = -35 + 43p + 17(1-p) + \text{Max}\{-26 + 198p - 44(1-p); 110p + 44(1-p)\}.$$

$$\text{VAN}_{(t=0)}(\text{Invest. total}) = -60 + 78p - (1-p)17 + 198p - 44(1-p).$$

Supposons que la probabilité de l'état favorable soit égale à 50 %.

$$\text{VAN}_{(t=3)}(\text{Tranche 2}) = 51 \text{ k€}. \quad \text{VAN}_{(t=3)}(\text{Tranche 1}) = 77 \text{ k€}.$$

En $t = 3$ on choisit de continuer avec la tranche 1.

$$\text{VAN}_{(t=0)}(\text{Tranche 1}) = 72 \text{ k€}. \quad \text{VAN}_{(t=0)}(\text{Invest. total}) = 47,5 \text{ k€}.$$

Pour une probabilité d'état favorable de 50 %, la meilleure décision consiste à investir en $t = 0$ uniquement dans la première tranche d'investissement et en $t = 3$ de continuer avec cet investissement sans investir dans la seconde tranche.

Lorsque le projet d'investissement peut être fractionné en tranches, la méthodologie fondée sur l'arbre de décision aide le décideur à faire une série de choix en environnement risqué. Dans ce paragraphe, nous avons fait l'hypothèse que l'information concernant l'environnement était constante. Qu'en est-il lorsque l'information sur la réalisation ou non des différents états du monde évolue dans le temps ? L'investisseur ne va-t-il pas être tenté d'attendre cette information pour investir ? D'une manière générale, ne va-t-il pas préférer, aux choix irréversibles, les choix flexibles pouvant mieux s'adapter à l'environnement ? Mais la flexibilité a un coût.

Dans le paragraphe suivant, nous présentons une méthodologie permettant à l'investisseur bénéficiant d'une information croissante, de se prononcer, entre différents choix de flexibilité variables.

II. Théorie des options réelles et arbre de décision d'un projet en information croissante

1. Décision séquentielle et options réelles

La méthodologie décrite jusqu'à présent permet d'évaluer la rentabilité d'un investissement en univers risqué (pourvu que l'on soit capable d'estimer tous les paramètres nécessaires). Elle n'est pas toujours satisfaisante car elle peut conduire à choisir un investissement (VAN espérée positive) alors qu'il aurait été préférable, par exemple, d'attendre l'arrivée d'une information nouvelle nous indiquant dans quel scénario on se trouve (scénario favorable ou scénario défavorable).

Prendre en compte la possibilité de choisir la date d'engagement implique d'avoir une **vision dynamique** en considérant une séquence de décisions échelonnées dans le temps. L'alternative à la décision d'investir aujourd'hui n'est plus de renoncer à investir, mais de reporter la décision à une date ultérieure pour bénéficier d'informations supplémentaires.

Décider d'investir tout de suite (décision dite irréversible) restreint les possibilités d'actions dans le futur. En revanche, choisir d'attendre (décision réversible) offre la possibilité de reconsidérer la décision ultérieurement : une **option réelle** a été créée. Sa valeur est la différence entre l'espérance de gains que permet la décision d'attendre par rapport à celle d'investir immédiatement.

2. Conditions d'existence des options réelles

Il y a option réelle lorsque trois conditions sont simultanément réunies¹ :

- la **situation est risquée** (ex : risques sur la demande, les prix, la technologie),
- l'investisseur est face à un ensemble de **décisions de flexibilité variable**,
- l'**information** sur la réalisation des états du monde est **croissante** : « *On en saura plus demain sur après-demain que ce que l'on en sait aujourd'hui* ».

2.1. Qu'appelle-t-on décisions de flexibilité variable et quand en rencontre-t-on ?

Un investissement qui ne comporte aucun degré de flexibilité est un investissement irréversible : une fois l'investissement réalisé, l'investisseur n'a pas la possibilité de revenir en arrière car les coûts engagés sont irrécupérables (*sunk costs*). C'est le

1. Cf. K.J. Arrow et A.C. Fisher (1974) et C. Henry (1974).

cas par exemple d'un investissement qui ne peut pas être reconverti et pour lequel il n'existe pas de marché d'occasion.

Inversement, une décision est d'autant plus flexible que l'éventail des choix ultérieurs est grand. Choisir une décision qui comporte un fort degré de flexibilité ouvre des fenêtres d'opportunité pour l'avenir.

La flexibilité revêt bien des formes¹. Ce peut être la possibilité de retarder la décision d'investir. Mais d'autres types de décisions flexibles existent : investir en ayant la possibilité d'abandonner, choisir une capacité de production modulable pour s'ajuster à la demande réelle, pouvoir changer l'*input* en fonction des prix, d'*output* en fonction du goût des consommateurs, louer une machine (*leasing*) en gardant la possibilité de l'acheter, etc.

Un élément essentiel à considérer lorsque l'on parle de flexibilité est la période pendant laquelle les choix restent ouverts : jusqu'à quand peut-on attendre avant d'investir, avant d'abandonner, de changer de mode de production... ? Cette période est le **temps de validité de l'option. Lorsqu'il est écoulé, les fenêtres d'opportunité se referment.**

2.2. Que signifie que l'information augmente ? Quand cela se produit-il ?

Cela signifie que des gains d'information sont attendus au cours du temps. Les gains d'information peuvent être totaux si bien qu'il n'y a plus d'incertitude passée une date donnée, ou bien partiels. Ils peuvent être gratuits (ex : résultat d'une élection, arrivée d'une nouvelle norme) ou payants (ex : étude de marché).

Niveau d'information²

L représente le niveau d'information au cours du temps, relatif aux états du monde (cf. figure 2).

L_0 : connaissance en $t = 0$,

L_1 : connaissance en $t = 1$,

si $L_0 < L_1 < 100\%$: on parle de modèle à Gain d'information partiel (GIP),

si $L_1 = 100\%$: on parle de modèle à Gain d'information total (GIT).

1. Cf. en particulier D. Lautier (2003).

2. Cf. F. Bancel et A. Richard (1995).

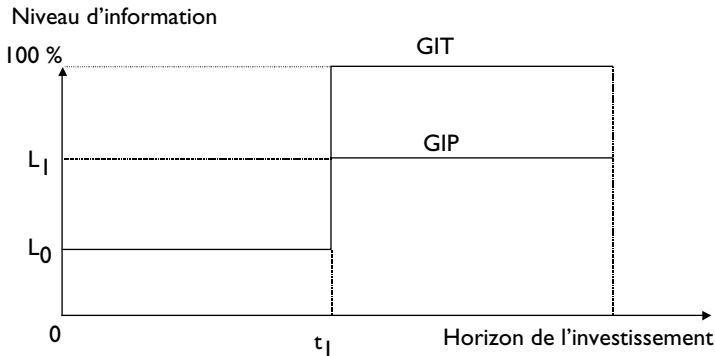


Fig. 2 : Évolution du niveau d'information.

Dans le présent ouvrage, on traite uniquement le modèle à Gain d'information total (GIT).

Néanmoins, la méthodologie proposée est facilement transposable lorsque le gain d'information est partiel : il suffit dans l'arbre de décision de considérer, après l'arrivée de l'information partielle, des probabilités conditionnelles sur les états du monde (probabilité de l'événement sachant que...).

Information endogène

Il arrive aussi que la décision elle-même soit source d'apprentissage en ce sens qu'elle modifie la connaissance de l'environnement¹. Enfin, certaines décisions modifient l'environnement lui-même, ce qui entraîne des modifications dans les états du monde et leur probabilité (investissement impliquant la réorganisation de l'entreprise, investissement dans une campagne de publicité...). On parle alors d'environnement endogène et la modélisation est assez délicate. Ce type de situation n'est pas traité dans le présent ouvrage.

3. Quelles analogies existe-t-il entre les options réelles et les options financières ?

La théorie des options réelles, née dans les années soixante-dix a puisé ses concepts dans la théorie financière. Dans le jargon financier, une option est le droit et non l'obligation d'acheter, *call* (ou de vendre, *put*) à un prix contractuel, dit prix d'exercice, pendant une durée de vie limitée, un actif dit sous-jacent dont

1. C'est en décidant d'exploiter une concession minière que l'on apprend sur les ressources du sol ou c'est en faisant de la R&D que l'on comprend mieux les attentes du marché (*learning by doing*).

le prix constaté dans le passé est volatil. La valeur d'achat de l'option est la prime. Dans le domaine de l'énergie par exemple, les options financières sont utilisées par les opérateurs pour gérer le risque prix de marché à court et moyen terme. La prime augmente lorsque l'horizon temporel s'éloigne.

Pour valoriser les options réelles, on pourrait faire les analogies suivantes¹:

- le prix d'exercice, c'est le coût d'investissement qu'il faut réaliser pour générer les *cash-flows*,
- la durée de vie de l'option, correspond à la durée pendant laquelle l'entreprise a le choix d'investir ou non (temps de validité),
- le prix de l'actif sous-jacent correspond à la valeur actualisée des *cash-flows* espérés,
- la volatilité c'est la variabilité du rendement de l'investissement,
- la prime est ce que l'investisseur doit payer pour pouvoir bénéficier de l'option (achat d'un brevet, d'une concession, coût du report de la décision...).

4. Valeur actuelle nette séquentielle (VANS) : le critère adapté

Comme la flexibilité n'a pas que des avantages et a également un coût, il convient d'arbitrer entre la décision irréversible et la décision flexible (ex : manque à gagner lorsqu'on attend, perte d'économies d'échelle lorsque l'on module la capacité de production). Cela se fait alors sur la base de la VAN séquentielle (VANS) et non de la VAN traditionnelle. Dans la formule de la VANS, on intègre, pour les décisions flexibles la valeur de l'option permettant de prendre, à chaque fois qu'une information arrive, la meilleure décision *en connaissance de cause* (cf. F. Bancel et A. Richard, 1995).

Une telle analyse est facilitée par l'utilisation d'un arbre décisionnel dont l'horizon est la durée de vie économique de l'investissement et qui décrit les décisions possibles à chaque nœud événementiel, c'est-à-dire à chaque gain d'information. Pour tracer l'arbre, il convient de bien définir les périodes relatives en tenant compte des dates où une information arrive et où une décision est à prendre.

L'utilisation du critère de la VANS à partir de l'arbre de la décision, se fait de la manière suivante :

- À chaque nœud décisionnel de l'arbre, seul le meilleur choix est retenu compte tenu de l'information disponible. Cela conduit à adopter le principe

1. On énonce les similitudes dans le cas d'un *call* (investissement).

de « l'induction arrière », c'est-à-dire à rechercher le meilleur choix aux nœuds de la période T-1, précédant l'horizon T du projet, puis à remonter progressivement jusqu'à la décision initiale.

- La VANS est alors la somme (pondérée par les probabilités) des VAN partielles, relatives aux différents arcs, correspondant au cheminement optimal sur l'arbre de décision.

5. Illustration : exemples d'application de la théorie des options réelles au secteur énergétique¹

Les exemples d'application de la théorie des options réelles au secteur énergétique ne manquent pas. Nous en donnons ici quelques-uns.

5.1. Projets de R & D

Pour choisir des projets de R & D énergétiques (ou autres d'ailleurs), il est intéressant de dresser des arbres de décision : on découpe le processus de R & D en étapes en faisant des hypothèses sur les résultats de ces étapes. Après chaque étape, comme l'information a augmenté, on peut décider d'investir ou non pour l'étape suivante (*stop or go*). La $VANS_0$ estimée au moment du choix initial (en t_0) tient compte de cette flexibilité *ex post*. Elle est beaucoup plus favorable aux investissements de R & D que ne l'est la VAN traditionnelle tant les résultats espérés en R & D sont loin et incertains.

5.2. Projets de développement

Pour les projets de développement, l'utilisation de la VANS est aussi très intéressante. Dans le secteur pétrolier, l'industriel qui a acheté une concession sur un gisement pétrolier détient une option réelle lui donnant le droit de lancer l'exploitation à tout moment tant qu'il en a l'autorisation (validité de la concession). L'information attendue porte notamment sur la demande de pétrole (donc le prix) et sur la valeur des réserves.

5.3. Production

Au moment d'investir dans une centrale électrique, faut-il, si la technologie le permet, privilégier une grande capacité pour réaliser des économies d'échelle ou bien envisager d'investir par étapes en fonction des prix de marché ?

1. Cf. N. Taverdet-Popiolek (2005).

Faut-il investir dans une centrale au gaz que l'on peut arrêter facilement ou une centrale nucléaire dont l'inertie est importante ? Dans cet arbitrage, il faut considérer aussi l'option associée à la fourniture du gaz.

Faut-il payer plus cher pour investir dans une centrale thermique mixte permettant de produire de l'énergie soit avec du gaz, soit avec du fuel en fonction de leurs cours respectifs¹ ?

Comment choisir entre installer une chaudière classique au fuel ou développer la géothermie sachant que l'existence de la nappe aquifère chaude est mal connue *a priori*, avant les premiers forages ?

Faut-il investir dans un chauffe-eau mixte (solaire et autre) ou bien un chauffe-eau classique ?

III. Exemples d'application : modèles à gain d'information total

1. Comment optimiser la gestion de trésorerie d'une entreprise ?²

Considérons l'investissement financier qui consiste à placer une certaine somme d'argent S sur un compte rémunéré au taux mensuel r , moyennant un coût de transaction C_0 fixe indépendant du montant placé.

Le trésorier d'une entreprise hésite à réaliser un tel investissement car la somme ($S = 6\ 000$ €) dont il dispose est destinée à terme à payer un fournisseur. Le fournisseur est susceptible de réclamer la somme due soit dans un mois (cas défavorable), soit dans 3 mois (cas favorable). Connaissant le fournisseur, le trésorier estime que la probabilité du cas défavorable est $p = 70\%$ ($1-p$ est la probabilité de l'état favorable). Doit-il placer sachant que $r = 1\%$ et que $C_0 = 90$ € ?

On fait l'hypothèse que le trésorier est neutre par rapport au risque et que l'actualisation ne joue pas sur des délais de placement si courts. Si le trésorier place la somme, les intérêts courent pendant trois mois³ dans le cas favorable et pendant un mois seulement dans le cas défavorable.

Compte tenu des frais fixes, l'espérance de gain du placement est :

$$E_0(G_p) = -90 + 0,7 \times 1\% \times 1 \times 6\ 000 + 0,3 \times 1\% \times 3 \times 6\ 000 = 6 \text{ €}$$

1. Notons cependant que le prix du fuel et celui du gaz sont corrélés.
2. Cet exemple est inspiré d'une étude de cas figurant dans l'ouvrage de F. Bancel et A. Richard (1995). Nous conseillons d'ailleurs au lecteur souhaitant approfondir ses connaissances sur les modèles séquentiels de choix d'investissement, de consulter cet ouvrage ainsi que celui de F. Carlier et A. Richard (2002).
3. Selon le principe des intérêts simples (sans capitalisation des intérêts).

Cette espérance est positive, supérieure au gain correspondant au *statu quo*. Avec l'approche traditionnelle, on conclut que le trésorier doit placer S aujourd'hui, en t_0 . Pourtant, avant de placer et de payer les coûts fixes, le trésorier a peut-être intérêt à attendre un mois (t_1) pour savoir si oui ou non le fournisseur réclame la somme.

Ce nouveau problème séquentiel peut se modéliser avec un arbre de décision où un carré représente une prise de décision et un rond le jeu de la « nature » (loterie sur les états du monde) (voir figure 3).

Une décision est à prendre en t_0 , le trésorier place ou attend. S'il attend, il a la possibilité en t_1 de placer si l'opportunité se présente.

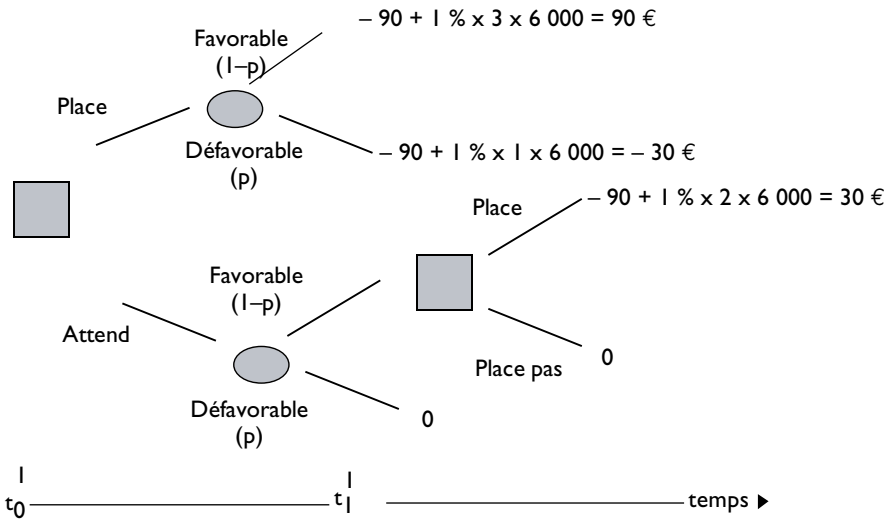


Fig. 3 : Arbre de décision du trésorier.

L'espérance de gain d'attendre en t_0 est donnée par l'expression :

$$E_0(G_a) = (1-p) \text{Max}\{E(G_{\text{place-en-}t_1}); E(G_{\text{ne-place-pas-en-}t_1})\} + p \times 0 = (1-p)E(G_{\text{place-en-}t_1}) = 30\% \times 30 = 9\text{€}$$

Elle est supérieure à l'espérance de gain de placer tout de suite en t_0 . Compte tenu de l'arrivée de l'information en t_1 , le trésorier doit attendre t_1 avant de placer.

Avec cet exemple simple, on voit que l'approche traditionnelle de la VAN, même avec intégration du risque, ne conduit pas à une décision optimale puisque décider de placer tout de suite (décision dite irréversible) restreint les possibilités d'actions dans le futur. En revanche, choisir d'attendre (décision irréversible) offre la possibilité de reconsidérer la décision ultérieurement : une option réelle a été créée et c'est sa valeur qui rend l'espérance de gain de la décision d'attendre plus grande, malgré la perte d'intérêt pendant un mois.

On remarquera que si S valait 9 000 € au lieu de 6 000 €, c'est la décision irréversible qui l'emporterait car le manque à gagner pendant 1 mois serait trop grand. Il faut savoir arbitrer entre décision irréversible et décision flexible. Les modèles intégrant la théorie des options réelles permettent de le faire simplement.

2. Arbitrage entre deux décisions dont l'une est plus informationnelle¹

2.1. Énoncé du problème

Une société, localisée dans une zone à géothermie potentiellement exploitable, doit choisir le système de chauffage d'un site industriel important. Elle hésite entre les deux décisions Th (Thermique classique) et G (Géothermie), fonctionnellement équivalentes, mais dont les investissements (I) et les coûts de fonctionnement sont spécifiques (C). Les données sont résumées dans le tableau ci-dessous.

Tableau 3 – Investissement et économie d'énergie annuelle pour les deux solutions techniques envisagées
(en million d'euros : M€)

Décision	Investissement : I	Économie annuelle/Th ($t = 1, N_E$)
Th	$I_{Th} : 0,4 \text{ M€}$	0
G	$I_G : 1 \text{ M€}$	$E_G : 0,2 \text{ M€}$

Comme il s'agit d'une comparaison, les coûts de fonctionnement sont définis en économie annuelle par rapport au thermique. L'horizon de l'investissement est de 30 ans (N_E) et le taux d'actualisation (a) est de 8 %.

1. Quelle décision est-elle la meilleure ?

1. D'après les travaux dirigés d'A. Richard, Université Pierre-Mendès-France (2005).

2. En fait la probabilité de succès p de la géothermie n'est que de 40 %. En cas d'échec on revient au thermique classique, mais compte tenu des tuyauteries déjà installées sur le site, le coût global n'est alors que de 1,2 M€ (chaudière de 0,2 M€ à rajouter). Quelle décision choisir ?
3. La société sait dès le début qu'elle doit doubler l'importance du site dans deux ans, avec des besoins de chauffage également doublés. Sachant que si la géothermie a été un succès (question 2) elle le restera par la suite, ce doublement anticipé modifie-t-il la décision précédente ? On conservera pour ce doublement les mêmes données (N_E, a, E_G, I_G, I_{Th}).

2.2. Éléments de correction

Les données monétaires sont exprimées en M€.

Question 1

La valeur actualisée de la solution thermique est : $VAN_{Th1} = -I_{Th} = -0,4$ M€.

La valeur actualisée de la solution géothermique est :

$$VAN_{G1} = -I_G + \sum_{t=1}^{N_E} \frac{EG}{(1+a)^t} = 1,252 \text{ M€}, \text{ car } \sum_{t=1}^{30} \frac{1}{1,08^t} = 11,258.$$

La solution géothermique est donc préférée à la solution thermique.

Question 2

$$VAN_{G2} = p \times VAN_{G1} + (1-p) \times (-1,2) = -0,219 \text{ M€}.$$

La solution thermique est donc préférée à la géothermie.

Question 3

$$VAN_{Th3} = VAN_{Th1} + \frac{VAN_{Th1}}{(1+a)^2} = -0,743 \text{ M€}.$$

$$VAN_{G3} = VAN_{G2} + \frac{1}{(1+a)^2} \times [p \times VAN_{G1} + (1-p) \times VAN_{Th1}] = 4,065 \times 10^{-3} \text{ M€}.$$

La VAN_{G3} est une VAN séquentielle.

La géothermie, en raison de l'information acquise sur le premier forage, devient plus intéressante.

Cet exemple montre bien les avantages des gains d'information liés à la décision initiale.

Conclusion

Avantages des modèles intégrant les options réelles pour les choix d'investissement

Entre deux investissements de même VAN, mais dont l'un est plus flexible, le décideur choisit le plus flexible.

La **flexibilité** est la troisième notion à prendre en compte avec la rentabilité et le risque (cf. figure 4).

Pour cela, on fait appel à la méthode des arbres de décision et on calcule la VAN Séquentielle (VANS) qui intègre la valeur de l'option réelle attachée aux choix flexibles.

Outre la flexibilité, on a vu que ces modèles intègrent aussi la caractéristique valeur de l'information.

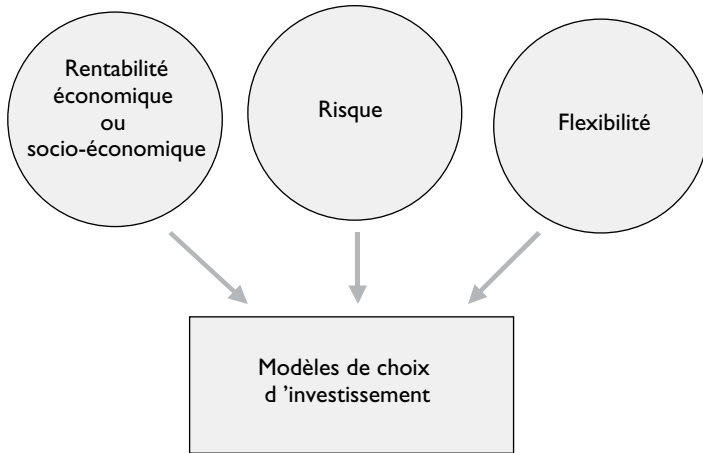


Fig. 4 : Les trois notions à prendre en compte pour les choix d'investissement.

Limites de la théorie des options réelles pour les choix d'investissement

L'application de la théorie des options réelles à des cas réels de choix d'investissement soulève néanmoins des difficultés liées d'une part à la fixation de certains paramètres de calcul (ex : durée de vie du projet, volatilité des prix des *inputs* ou *outputs*) et d'autre part à la transposition de la théorie financière à des situations réelles : découpage des projets, notions de sous-jacent et de prix d'exercice, identification des alternatives au projet, modélisation de leur marché respectif...

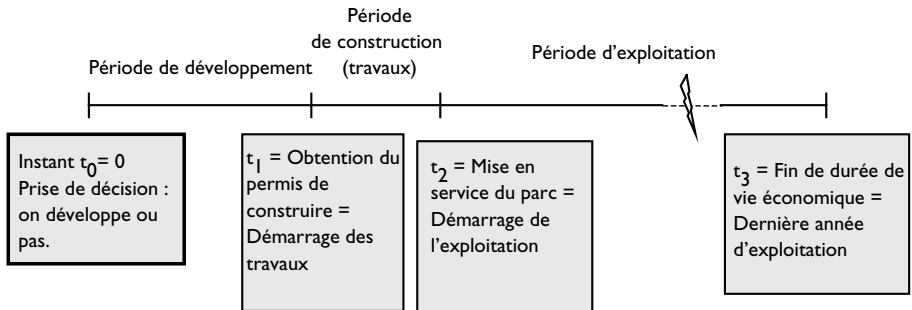
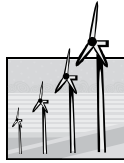
Par exemple, dans le secteur énergétique, l'utilisation de la théorie des options réelles au secteur électrique est délicate ne serait-ce qu'en raison de l'ampleur des durées considérées. Pour les options financières, la durée est courte (quelques mois à quelques années). Mais avec une durée d'exploitation comprise entre 20 et 50 ans pour une centrale, comment découper le projet ? Quelle durée considérer pour la validité de l'option ?

De même, contrairement aux options financières, le prix d'exercice n'est pas toujours fixé (le montant de l'investissement peut varier dans le temps).

En résumé, il s'agit d'une méthodologie très intéressante pour bien poser le problème des choix d'investissement en intégrant risque, gain d'information et flexibilité. Cependant, il est difficile de donner une valeur précise à l'option réelle comme on peut le faire avec les options financières.

Étude de cas

Projet d'investissement pour un parc éolien¹



I. Énoncé du problème

Partie I : Planification des tâches de développement d'un projet éolien

On cherche à définir le planning des tâches de développement d'un projet éolien type en France métropolitaine, de puissance de 10 MégaWatt (MW) environ. Les tâches de développement englobent l'ensemble des activités permettant la mise en service du parc, mis à part la réalisation des travaux.

1. Inspiré du mémoire de Master EPE, « Prise de décision et analyse de risque lors du développement de projets éoliens », Mathieu Vanhaesebroeck, Novembre 2004.

La liste des tâches à effectuer, leur durée et les contraintes d'antériorité à respecter sont données dans le tableau ci-dessous. La notation « tâche j (durée n) » dans la case « Antériorité de la tâche i » signifie que j doit être avancée de n mois pour que i puisse commencer.

Tableau 1 – Liste des tâches constituant la phase de développement d'un projet éolien

N° de tâche	Libellé	Durée (mois)	Antériorité
1	Identification du site	2	–
2	Sécurisation des droits du sol et du foncier	5	1
3	Numérisation de la topographie	1	2 (4)
4	Mesure et étude du gisement éolien	16	2 (2)
5	Études techniques des aérogénérateurs	11	4 (10)
6	Études des contraintes du site et des conditions d'accès	2	1
7	Études électriques	21	6
8	Études d'impact sur l'environnement	18	-
9	Analyse économique et financière	17	6 (1)
10	Étude géotechnique (fondation)	1	5 (1)
11	Autorisations administratives y compris permis de construire	6	9 (16)
12	Autorisation de connexion au réseau	1	7 (13)

Question I-1 (utiliser les notations ci-dessous)

Modéliser le contexte (tâches et contraintes) sous forme d'un graphe Potentiels-Tâches où les sommets représentent les tâches et les arcs, les contraintes d'antériorité.

Attention de ne pas sous-estimer la durée totale d'une tâche i quelconque dont la suivante pourrait être commencée avant que i ne soit terminée.

Question I-2

- Quelle est la date **au plus tôt** t_1 de démarrage des travaux (en nombre de mois depuis l'instant t_0 , début du développement) ?
- Quelle est la date **au plus tard** de début de chaque tâche si l'on souhaite respecter le délai minimum calculé précédemment ?

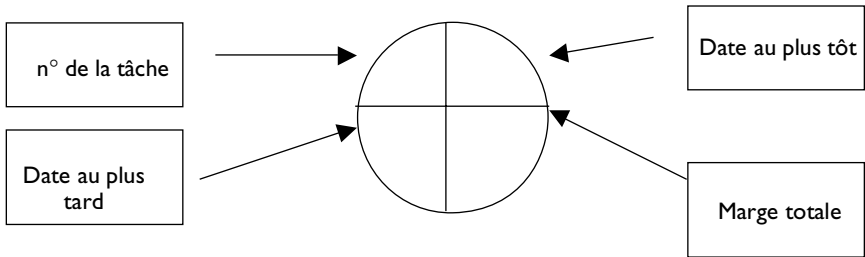
Question I-3

Le calendrier au plus tôt est adopté. Quelles sont les tâches pour lesquelles le moindre retard de démarrage allonge le délai de la période de développement ?

Quelle est la marge totale de chaque tâche, c'est-à-dire le délai maximum que l'on peut s'accorder sur le début de la tâche sans remettre en cause la date de fin du développement ?

Quelles sont les tâches critiques ?

Notation : Écrire les dates sur le graphe en utilisant la notation suivante :



Partie II : Décision en avenir « certain¹ »

En début de période de développement (à l'instant $t_0 = 0$), la question qui se pose pour l'entreprise porteuse du projet est de savoir si oui ou non elle doit se lancer dans la période de développement.

On souhaite l'aider dans sa prise de décision en étudiant la rentabilité intrinsèque du projet (période de développement incluse).

Le *Business plan* du projet éolien nous fournit les informations suivantes que l'on considère comme « certaines » dans cette première partie :

- On raisonne en € constant.
- La phase de développement du projet s'achève en $t_1 = 25$ mois (on prend $t_1 = t_0 + 2$ ans pour simplifier) et coûte 280 k€.
- Le parc est composé de quatre machines de 2,5 MW chacune.
- Le coût d'investissement est de 1 M€/MW.

Comme la décision se situe en t_0 et concerne le choix ou non d'entamer la période de développement, les coûts de développement sont pris en compte. Ils sont comptés en t_0 et les coûts d'investissement en t_1 .

1. En réalité, « certain » dans le cadre d'un scénario médian.

- Le financement de l'investissement (optique *Project Financing*) est réalisé moitié par capitaux propres (actions rémunérées à 10 %), moitié par emprunt bancaire (au taux de 6 %).
- La durée des travaux (parc et raccordement au réseau électrique) est de 12 mois ($t_2 = t_0 + 3$ ans).
- La production démarre à la mise en service du parc (t_2) et est identique chaque année, sur une durée de vie économique de 20 ans ($t_3 = t_0 + 22$ ans = dernière année d'exploitation).
- Le gisement éolien est estimé à 2500 heures.¹
- Compte tenu du gisement et de la législation en vigueur², le prix du kWh³ sera de :
 - 0,08 € pendant les cinq premières années d'exploitation,
 - 0,064 € pendant les 10 années suivantes (on fait en effet l'hypothèse que la France aura atteint fin $t_0 + 17$ ans les 1 500 MW éoliens installés⁴),
 - 0,028 € jusqu'à la fin du projet (tarif 2).
- Les dépenses d'exploitation (maintenance, exploitation, assurance) sont évaluées à 330 k€ les cinq premières années et 430 k€ ensuite en raison de l'augmentation de la maintenance (fin de garantie).
- Le loyer pour le terrain occupé sera de 1 000 € par MW et par an sur toute la période d'exploitation (t_2 à t_3).

Question II -1

Que signifie rentabilité intrinsèque du projet ?

Question II-2

Dresser le tableau des flux nets de trésorerie.

Question II-3

Le taux d'actualisation retenu est de 8 %. Justifier ce choix.

1. Cette valeur est l'équivalent pleine puissance du parc. Elle est calculée en divisant la production annuelle du parc par sa puissance.
2. Arrêté du 8 juin 2001 fixant le tarif d'achat de l'électricité éolienne.
3. Kilowatt-heure.
4. Lorsque la France aura atteint le seuil de 1500 MW installés, la loi prévoit une diminution des subventions à l'éolien : passage au tarif 2.

Question II-4

Calculer les indicateurs suivants (en t_0) :

- a) Temps de retour brut (i.e. non actualisé) (TRB),
- b) Valeur actuelle nette (VAN).

Conclusion.

Question II-5

- a) Déterminer graphiquement le taux de rentabilité interne du projet (TRI) (cf. graphique ci-dessous).
- b) Le projet serait-il retenu si les actionnaires, comme la banque, demandaient une rémunération des capitaux investis de 12 % ? (réponse très simple attendue).

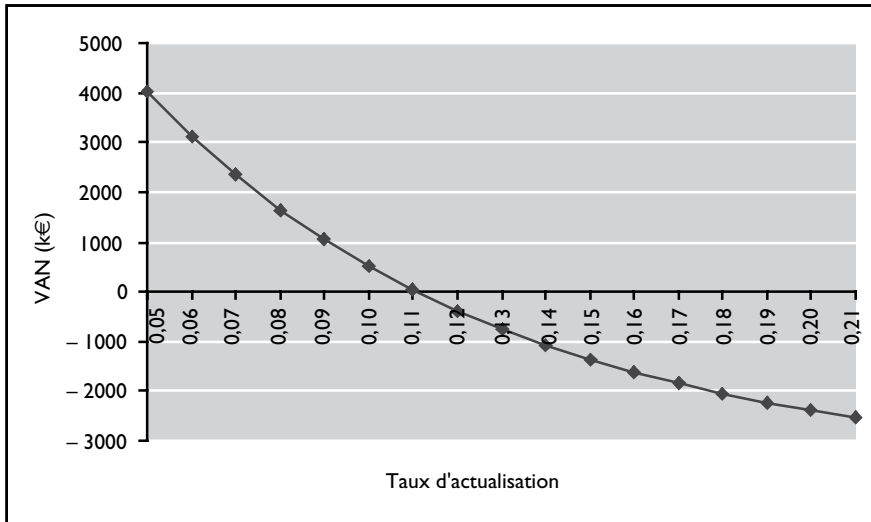


Fig. 5 : VAN en fonction du taux d'actualisation.

Partie III : Décision en avenir risqué et vision statique

Dans la réalité, les paramètres du projet contenus dans le *Business plan* ne sont pas certains mais dépendent de l'environnement du projet. En particulier, il y a un risque sur le gisement éolien, le montant de l'investissement et la date d'application du tarif 2.

Pour simplifier, on ne retient que deux scénarios extrêmes quant à l'environnement du projet : scénario S_F le plus Favorable et scénario S_D le plus Défavorable.

Soit p , la probabilité estimée de réalisation de S_p .

On suppose que le décideur est neutre par rapport au risque. On a évalué la VAN du projet pour chaque scénario.

	État Favorable ¹	État Défavorable ²
VAN (k€)	4 073	- 1 474

Question III-1

Tracer l'arbre de décision au moment t_0 .

Question III-2

Quelle est en fonction de p , la bonne décision ? Justifier.

Question III-3

Si l'on était incapable d'estimer p , on se trouverait en univers incertain.

a) Dans ces conditions, faut-il développer, sachant que le décideur est neutre vis-à-vis du risque ? Justifier simplement.

b) Si le décideur avait une aversion au risque :

* que nous dirait le critère de Hurwicz (degré de pessimisme $\alpha = 0,8$) ?

* que dirait le critère du Maximin ?

Partie IV : Décision en avenir risqué et vision dynamique à deux périodes

Le décideur est neutre vis-à-vis du risque. On revient en univers risqué.

En fait, au moment d'obtention du permis de construire (après avoir payé les coûts de développement), c'est-à-dire en t_1 , on fait l'hypothèse *utopiste* que l'on sait dans quel scénario on se trouve (paramètres de l'environnement supposés connus : Gain d'information total). En fonction de la rentabilité attendue du projet, on a donc le choix entre entamer les travaux ou arrêter.

Question IV-1

Tracer dans ces conditions, l'arbre de décision à deux périodes (décision en t_0 et en t_1).

-
1. - 10 % sur les coûts d'investissement ; Gisement éolien de 2 600 heures ; pas d'application du tarif 2.
 2. + 10 % sur les coûts d'investissement ; Gisement éolien de 2400 heures ; tarif 2 à partir de t_0 + 12 ans.

Question IV-2

Exprimer littéralement la VANS¹ (en t_0) de la décision « développer » en fonction de p et estimer la probabilité de basculement. Quelle conclusion en tire-t-on ?

Question IV-3

Quelle est la valeur de l'information parfaite pour $p = 10\%$?

Partie V : Anticipation d'une contrainte supplémentaire

Compte tenu de la probabilité estimée de l'état favorable ($p = 10\%$), on suppose qu'en t_0 , la VANS pour la décision de développer vaut environ 150 k€.

Mais un autre problème survient car la localisation du parc éolien considéré se trouve dans un port maritime et il s'avère que certaines machines sont susceptibles de perturber le fonctionnement d'un radar servant à la capitainerie du port.

Si c'était le cas (probabilité p estimée à 20%), l'entreprise porteuse du projet éolien devrait prendre à sa charge l'installation d'un radar supplémentaire afin de couvrir les zones d'ombre. Le montant de l'opération coûterait 350 k€ (valeur actualisée en t_0).

La nécessité du recours à un appareil d'observation additionnel ne sera connue qu'à l'issue de l'instruction du permis de construire (c'est-à-dire en t_1), suite à l'analyse du dossier par le CETMEF².

L'entreprise décide de consulter des bureaux d'études spécialisés pour connaître le coût d'une prestation permettant d'évaluer l'impact du projet sur la couverture radar de la capitainerie. L'information (perturbation ou non) serait alors révélée rapidement, en t_0 .

La meilleure offre technique et financière pour un bureau d'études propose un prix de 30 k€.

Question V-1

L'entreprise va-t-elle faire appel à un cabinet d'études en t_0 ? Et pour $p=10\%$?

Tracer un arbre de décision et justifier le choix de l'entreprise avec des calculs simples. Pour simplifier, on fera l'hypothèse que la VANS de développer vaut 150 k€ sans radar et - 200 k€ avec radar.

1. VAN Séquentielle intégrant la valeur de l'option. **C'est une espérance.**

2. Centre d'études techniques maritimes et fluviales.

II. Éléments de Correction

Partie I

Notations et formules

On note λ_j la date au plus tôt de la tâche j et λ'_j la date au plus tard.

a_{ij} est la valeur située sur l'arc allant de la tâche i à la tâche j . C'est la durée minimale obligatoire entre le commencement de i et celui de j .

La marge totale de la tâche j notée $MT(j)$ est la différence entre sa date au plus tard et sa date au plus tôt :

$$MT(j) = \lambda'_j - \lambda_j$$

$\lambda_j = \text{Max}_{i \in \Gamma^{-1}(j)} (\lambda_i + a_{ij})$ où $\Gamma^{-1}(j)$ est l'ensemble des tâches qui précèdent la tâche j .

$\lambda'_j = \text{Min}_{i \in \Gamma^{+1}(j)} (\lambda'_i - a_{ij})$ où $\Gamma^{+1}(j)$ est l'ensemble des tâches qui suivent la tâche j .

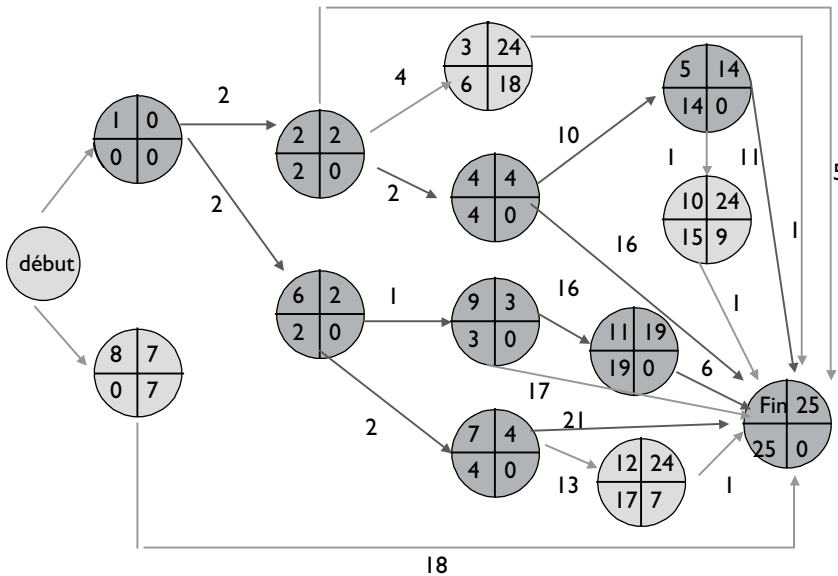


Fig. 6 : Graphe associé au projet.

Les tâches critiques sont les tâches qui ont une marge totale nulle : 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 11 et Fin.

Le moindre retard sur l'une d'elles implique automatiquement un retard sur la date de fin du projet de développement.

Partie II – décision en avenir « certain »

Question II-1

La rentabilité intrinsèque du projet est sa rentabilité économique indépendamment du contexte, c'est-à-dire hors fiscalité.

Question II-2

Tableau des flux nets de trésorerie (exprimés en k€)

	Date	Année	Coûts développement & investissement	Production (MWh)	Tarif (€ par kWh)	Recettes	Dépenses d'exploitation	Loyer	FNT	FNT cumulés
t_0	0	2005	280						-280	-280
	1	2006							0	-280
t_1	2	2007	10 000						-10 000	-10 280
t_2	3	2008	0	25 000	0,08	2 000	330	10	1 660	-8 620
	4	2009	0	25 000	0,08	2 000	330	10	1 660	-6 960
	5	2010	0	25 000	0,08	2 000	330	10	1 660	-5 300
	6	2011	0	25 000	0,08	2 000	330	10	1 660	-3 640
	7	2012	0	25 000	0,08	2 000	330	10	1 660	-1 980
	8	2013	0	25 000	0,064	1 600	430	10	1 160	-820
	9	2014	0	25 000	0,064	1 600	430	10	1 160	340
	10	2015	0	25 000	0,064	1 600	430	10	1 160	1 500
	11	2016	0	25 000	0,064	1 600	430	10	1 160	2 660
	12	2017	0	25 000	0,064	1 600	430	10	1 160	3 820
	13	2018	0	25 000	0,064	1 600	430	10	1 160	4 980
	14	2019	0	25 000	0,064	1 600	430	10	1 160	6 140
	15	2020	0	25 000	0,064	1 600	430	10	1 160	7 300
	16	2021	0	25 000	0,064	1 600	430	10	1 160	8 460
	17	2022	0	25 000	0,064	1 600	430	10	1 160	9 620
	18	2023	0	25 000	0,028	700	430	10	260	9880

	Date	Année	Coûts développement & investissement	Production (MWh)	Tarif (€ par kWh)	Recettes	Dépenses d'exploitation	Loyer	FNT	FNT cumulés
	19	2024	0	25000	0,028	700	430	10	260	10140
	20	2025	0	25000	0,028	700	430	10	260	10400
	21	2026	0	25000	0,028	700	430	10	260	10660
t_3	22	2027	0	25000	0,028	700	430	10	260	10920

Question II-3

Dans l'optique *Project Financing*, le taux d'actualisation à considérer est le **coût moyen pondéré** du capital mobilisé pour l'investissement.

$$a = \frac{1}{2} \times 10 \% + \frac{1}{2} \times 6 \% = 8 \%$$

Question II-4

a) Les FNT cumulés deviennent positifs au bout de 9 années. Le temps de retour brut vaut 9 ans.

$$\text{TRB} = 9 \text{ ans}$$

d)

$$\text{VAN} = 1\,651 \text{ k€}$$

La VAN est positive, le projet est rentable.

Question II-5

a) Le taux de rentabilité interne du projet se lit sur le graphique à l'intersection de l'axe des abscisses et de la courbe de la VAN ; c'est le taux d'actualisation qui annule la VAN.

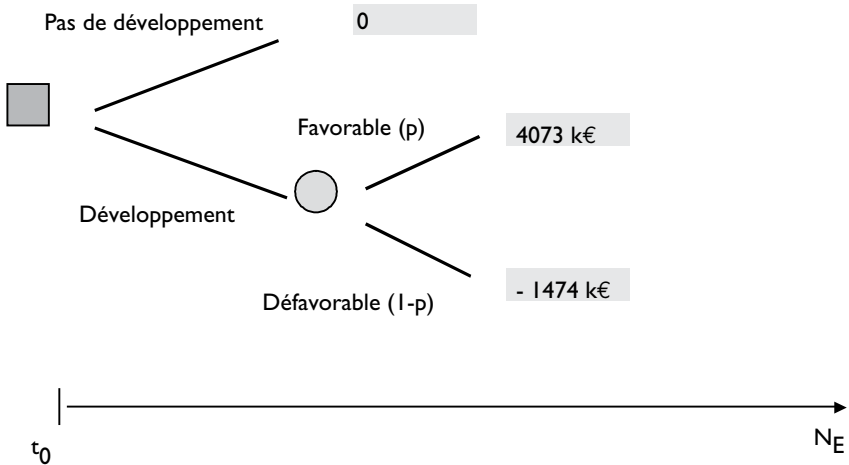
$$\text{TRI} = 11 \%$$

b) Le projet ne serait pas retenu si les actionnaires, comme la banque, demandaient une rémunération des capitaux investis de 12 % car il faudrait prendre un taux d'actualisation de 12 %. Le taux d'actualisation serait supérieur au TRI, la VAN serait négative et le projet non rentable.

Partie III : décision en avenir risqué et vision statique

Question III-1

Arbre de décision au moment t_0 .



Question III-2

$$VAN_{Développement} = p \times 4\,073 - (1 - p) \times 1\,474 = 5\,547p - 1\,474$$

$$VAN_{Pas\ de\ Développement} = 0$$

Si **p, probabilité de l'état favorable est supérieure à 27 %**, $VAN_{Développement}$ est supérieure à $VAN_{Pas\ de\ Développement}$ et on développe.

Dans le cas contraire, on ne développe pas.

Question III-3

a) En incertitude totale, si le décideur est neutre par rapport au risque, on utilise le critère de Laplace, ce qui revient à faire la moyenne entre la VAN en état favorable et la VAN en état défavorable.

Le résultat de cette moyenne est positif car $0,5 > 0,27$. Il faut donc développer.

b) Avec le critère de Hurwicz associée à un degré de pessimisme $\alpha = 0,8$, on ne développe pas car :

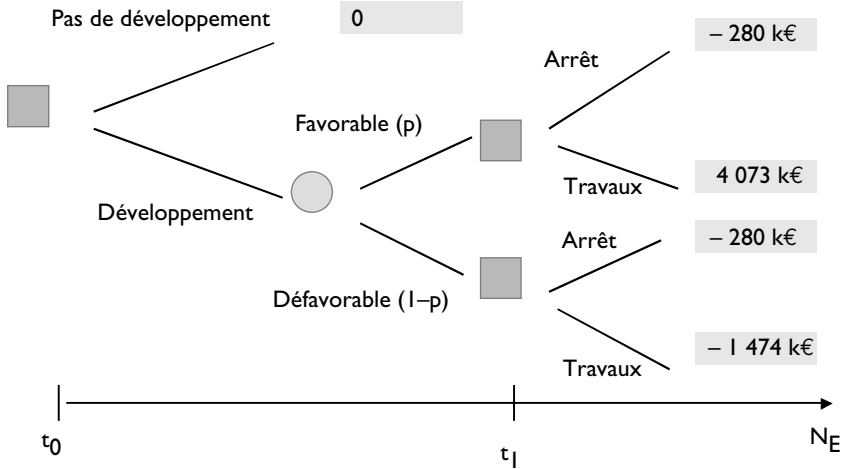
$$0,2 \times 4\,073 - 0,8 \times 1\,474 < 0$$

c) Avec le critère du Maximin, il convient de maximiser le résultat minimum obtenu pour les deux stratégies. Si on développe, le résultat minimum est $-1\,474$ et si on ne développe pas, 0 . Il ne faut donc pas développer.

Partie IV : décision en avenir risqué et vision dynamique à deux périodes

Question IV-1

Arbre de décision à deux périodes (décision en t_0 et en t_1).



Question IV-2

La VANS (en t_0) de la décision « développer » s'exprime de la façon suivante :

$$VANS_{Développer} = p \times \text{Max}(-280 ; 4\,073) + (1 - p) \times \text{Max}(-280 ; -1\,474) = 4\,073 p - (1 - p) 280 = 4\,353 p - 280$$

La probabilité de basculement vaut : $\frac{280}{4353} \approx 0,06$

Pour p , probabilité d'état favorable supérieure à 6 %, on développe.

Question IV-3

Sans information sur les états du monde au moment de l'obtention du permis de construire, on ne développe pas si p vaut 10 %. La VAN vaut donc 0.

Avec information, on développe et la VANS vaut : 155,3 k€.

Valeur de l'information parfaite pour $p = 10\%$ est :

$$VANS_{avec\ information} - VAN_{sans\ information} = 155,3\text{ k€}.$$

L'investisseur est prêt à payer jusqu'à 155,3 k€ pour obtenir un gain d'information parfaite.

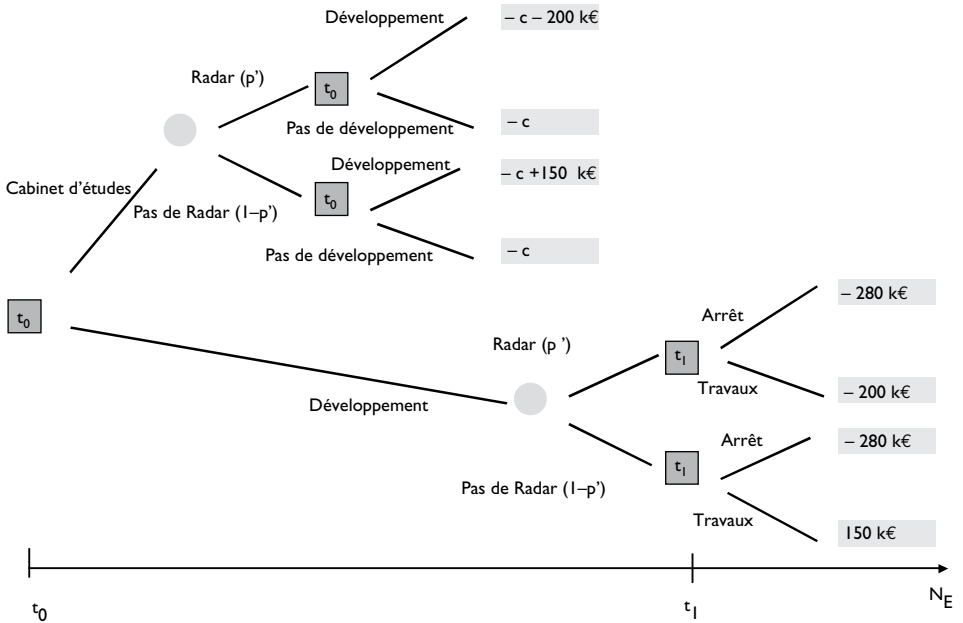
Partie V : Anticipation d'une contrainte supplémentaire

Question V-1

Arbre de décision avec c , le coût de l'étude du cabinet.

$$VAN_{Cabinet\ étude} = -c + (1 - p') \times 150$$

$$VAN_{développement} = -200p' + 150(1 - p')$$



L'indifférence entre les deux décisions est pour un coût d'étude :

$$c = 200p'$$

Avec $p' = 20\%$, le prix maximum que l'entreprise voudra payer pour faire appel au cabinet d'études est de : 40 k€.

Si le prix est de 30 k€, elle fera appel au cabinet d'études.

Bibliographie de référence

ARROW K.J. and FISHER A.C., « Environmental preservation, uncertainty and irreversibility », *Quarterly Journal of Economics*, 98, 1974, pp. 85-106.

HENRY C., « Investment decisions under uncertainty : the irreversibility effect », *American Economic Review*, 64, p. 1006-1012, 1974.

BANCEL F. et RICHARD A., *Choix d'investissement ; Méthodes traditionnelles, flexibilité et analyse stratégique*, Gestion, Économica, 1995.

CARLUER F. et RICHARD A., *Analyse stratégique de la décision*, L'économie en plus, Presses universitaires de Grenoble, 2002.

LAUTIER D., « Les options réelles : – une idée séduisante, – un concept utile et multiforme, – un instrument facile à créer mais difficile à valoriser », *Économies et Sociétés, Série « Économie de l'énergie »*, N° 2-3/2003, ISMÉA Les Presses, Février-Mars 2003.

RICHARD A., *Travaux dirigés du cours d'économie formalisée*, Université Pierre-Mendès-France, 2005.

TAVERDET-POPIOLEK N., « La méthode des options réelles au service des décideurs », *La lettre de l'économie, CEA, Direction des programmes, Service des études économiques & synthèses*, n° 2, Juin 2005.

VANHAESEBROECK M., « Prise de décision et analyse de risque lors du développement de projets éoliens », Mémoire du Master Économie et politique de l'énergie, Novembre 2004. Ce mémoire peut être consulté sur le site : <http://www.ecrin.asso.fr>