

I GÉNÉRALITÉS

1-1 But de l'étude d'un système mécanique

Un mécanisme est un organisme de transmission du mouvement ou de la puissance d'une pièce du mécanisme à une autre.

But de l'étude d'un mécanisme :

- 1/ Mouvement de mécanisme à la demande (déplacement ; vitesse ; accélération et leurs équations)
- 2/ Type de transmission de mouvement :
 - Transmission des puissances : courroie trapézoïdale ; courroie synchrone ; chaînes et roues dentées ; engrenages...
 - Transformation des formes des mouvements : changer la vitesse ; transformer le mouvement de rotation en mouvement rectiligne ; transformer le mouvement rectiligne en un mouvement de rotation ; transformer le mouvement de rotation en mouvement oscillant...
- 3/ Contrôler les transmissions des mouvements et des puissances de mécanisme :
 - Assurer les fonctions de transmission du mouvement (déplacement ; vitesse ; accélération)
 - Assurer les transmissions des puissances
 - Déterminer la résistance des matériaux de toutes les pièces de mécanisme
- 4/ Modifier les pièces de transmission (s'il est nécessaire) :
 - Ajout de cannelure
 - Ajout de bouts d'arbres cylindriques et coniques
 - Ajout de carré d'entraînement
- 5/ Ajout de pièces des mécaniques pour assurer le fonctionnement des mécanismes et les fixations.

1-2 Pièces de constructions des mécaniques

Les pièces appelées de constructions des mécaniques assurent le fonctionnement des pièces de transmission de puissance.

Elles sont également assurées par un assemblage de système de mécanisme, et fixées sur le terrant ou sur le supporteur.

1-2-1 Pièces mécaniques pour assurer les fonctionnements des pièces de transmission de puissance

1/ Pièce pour la transmission de puissance ou l'installation des pièces de transmission de puissance

- Arbres ou axe

2/ Pièce pour réduire le frottement entre deux pièces

- Roulements

3/ Pièce pour le clavetage

- Clavette
- Dentelures
- Stries
- Cannelure

1-2-2 Pièces mécaniques pour la fixation ou la position des pièces

1/ Pièces pour liaisons fixes :

- Vis et écrou
- Goupilles
- Rivée
- Pièces de pincement

2/ Pièces pour liaisons élastiques :

- Amortisseur
- Ressort (pour la fixation ou la position des pièces)

3/ Pièces pour la position des pièces :

- Anneau d'arrêt
- Segments d'arrêt
- Rondelle
- Goupille
- Lardon

1-2-3 Pièces pour autre fonction : par exemple la boîte, les pièces pour lubrification... etc.
Dans ce livre nous ne parlerons pas de ces pièces.

Tableau 1-1 **Pièces de construction mécanique et leurs utilisations pratiques**

Pièces de construction mécanique	Utilisations dans les constructions et les industriels
1/ Axe	<i>a/</i> Installer les engrenages, came, bielle, manivelle, poulie et câble.. <i>b/</i> Installer couramment des roulements sur les deux extrémités <i>c/</i> Pour installer des pièces sur l'axe et déplacer avec l'axe nous avons besoin de pièces de fixation. Ex. : anneaux d'arrêt ; freins d'axes en fil ; segments d'arrêt ; cannelures ; clavette dentelures ; stries...
2/ Arbres cannelés	Pour transmettre des efforts importants
3/ Roulements	<i>a/</i> Installer l'axe sur deux ou plusieurs roulements <i>b/</i> Réduire la perte de frottement pendant la transmission de puissance
4/ Ressorts	Assurer les diverses fonctions : <i>a/</i> Mouvement autour d'une position donnée <i>b/</i> Limitation d'efforts <i>c/</i> Rattrapage d'un jeu du à l'usure <i>d/</i> Dilatation due à un échauffement <i>e/</i> Amortissement de vibrations <i>f/</i> Contact d'une pièce avec une autre <i>g/</i> Freinage d'écrous
5/ Vis et écrou	<i>a/</i> Assembler les pièces mécaniques <i>b/</i> Fixer la pièce sur le bois ; le béton ; l'acier ou la terre
6/ Rivet	Pour l'assemblage des pièces : Nous les utilisons souvent pour assembler deux tôles en aciers.
7/ Goupille	Une goupille sert à assurer : <i>a/</i> une immobilisation d'une pièce par rapport à une autre <i>b/</i> un positionnement relatif
8/ Clavetage	Un clavetage s'agit d'une liaison complète réalisée par adhérence et obstacle si glissement.

II Pièces mécaniques pour assurer les fonctionnements des pièces de transmission de puissance

2-1 Axe : (voir chapitre 2)

L'axe est pour supporter les pièces mécaniques. Quand l'axe supporte les pièces de transmission de puissance, nous appelons aussi un arbre.

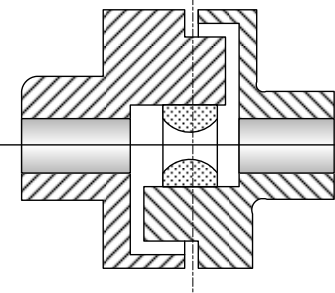
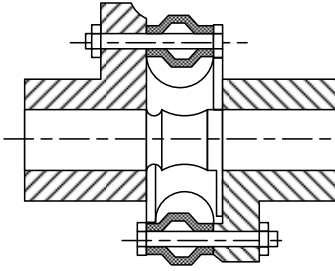
2-2 Accouplements élastiques : (voir R. Quatremer « Construction mécanique »)

Les accouplements élastiques sont des composants de transmission de puissance entre deux pièces. Nous pouvons aussi considérer qu'il est une liaison élastique pour assurer la transmission de puissance de deux arbres. Si les axes de deux arbres ne sont pas sur la même ligne, les défauts de position des arbres provoquent des déformations de l'accouplement. Les transmissions de puissance sont assurées.

Il existe deux types d'accouplement élastique :

- Modèle Minifex pour puissance faible (3 à 20 kW)
- Modèle Jubolstra pour puissance moyennes (15 à 100 kW)

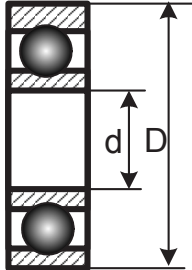
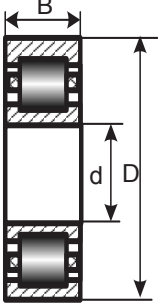
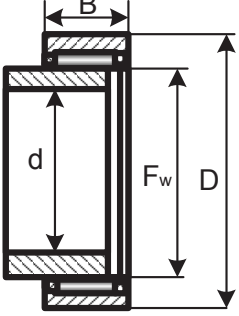
Tableau 1-2 **Accouplements élastiques**

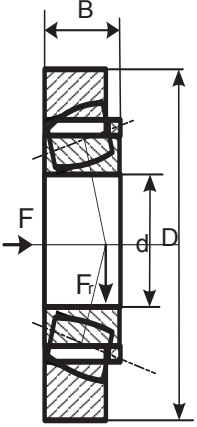
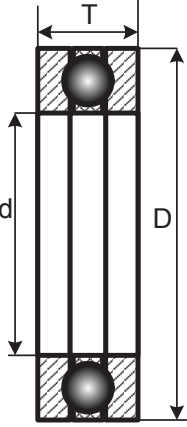
Types des accouplements élastiques	Caractéristiques	Figures
<p>1/ Modèle Minifex</p>	<p>a/ Il est constitué de deux manchons non alésés en aluminium ou en fonte, comportant chacun deux doigts d'entraînement, et d'un élément élastique.</p> <p>b/ Les éléments en caoutchouc sont de bonne rigidité aux sollicitations alternées.</p> <p>c/ Il faut veiller à ce que les manchons ne s'écartent pas axialement, au risque de faire sortir les doigts d'entraînement des armatures collées sur le caoutchouc.</p>	
<p>2/ Modèle Jubolstra</p>	<p>a/ Il est constitué de deux manchons en acier matrice et d'un élément de forme hexagonale en caoutchouc.</p> <p>b/ Le caoutchouc est précontraint par une atténuation efficace des irrégularités de couples.</p> <p>c/ Il accepte des désalignements importants et se démonte radialement.</p> <p>d/ Le couple maximal est peu fréquent et non périodique.</p>	

2-3 Roulement

Les roulements sont pour réduire la perte de l'énergie de frottement et assurer la translation de puissance.

Tableau 1-3 Roulement

Types de paliers lisses	Caractéristiques	Figures
<p>1/ Roulement à bille</p>	<p>1/ Il en existe à une et à deux rangées de billes. Ce sont les roulements les plus utilisés, car en termes de prix, ils ont le meilleur rapport performance.</p> <p>2/ Il peut supporter des charges radiales et des charges axiales.</p> <p>3/ La profondeur des chemins de roulements permet une bonne rigidité.</p>	
<p>2/ Roulements à rouleaux</p>	<p>1/ Le roulement à rouleaux est conçu pour supporter des charges radiales importantes. La surface de contact étant plus importante que pour les billes, il permet donc de supporter de plus fortes charges. Il permet aussi des vitesses de rotation élevées.</p> <p>2/ Le support des charges axiales dépend par contre de la fabrication du roulement. Plus le support doit être important, plus il faut faire un chemin de roulement profond afin que les bagues prennent appuis sur les rouleaux.</p>	
<p>3/ Roulements à aiguilles</p>	<p>1/ Les roulements à aiguilles sont assez particuliers. Ils ont une forme très allongée.</p> <p>2/ Ils permettent de supporter de fortes charges radiales dans un encombrement très réduit.</p> <p>3/ Ils n'acceptent aucune charge axiale.</p>	

Types des roulements	Caractéristiques	Figures
4/ Roulements à rouleaux coniques	<p>1/ Le roulement à rouleaux coniques est un roulement à contact angulaire.</p> <p>2/ Il peut supporter les charges radiales importantes. Pour la charge axiale il dépend de son angle de contact. Plus l'angle sera grand, plus les charges axiales supportables seront grandes.</p>	 <p>The diagram shows a cross-section of a tapered roller bearing. It features two tapered rollers between an inner ring and an outer ring. Dimension B indicates the width of the bearing. Dimension d is the inner diameter, and D is the outer diameter. Two axial forces, labeled F, are shown acting on the inner ring in opposite directions.</p>
5/ Butées à billes	<p>1/ La butée a un faible frottement comme les roulements, mais ne permet pas de guider radialement l'arbre en rotation.</p> <p>2/ La butée à simple effet (une rangée de billes) n'admet des charges axiales que dans un seul sens.</p> <p>3/ La butée à double effet supporte la charge axiale dans les deux sens.</p> <p>4/ Il faut une charge axiale minimale pour garantir le roulement des billes et le bon fonctionnement de la butée.</p>	 <p>The diagram shows a cross-section of a ball thrust bearing. It consists of two rings with balls in between. Dimension T is the width of the bearing. Dimension d is the inner diameter, and D is the outer diameter.</p>
6/ Butées à rouleaux	Ce type de butée est très rare.	
7/ Roulements linéaires	Ces roulements sont utilisés pour des guidages linéaires donc pour obtenir une liaison glissière. Mais chaque roulement, pris individuellement, peut permettre de créer une liaison pivot glissant ou une glissière.	

2-4 Paliers lisses

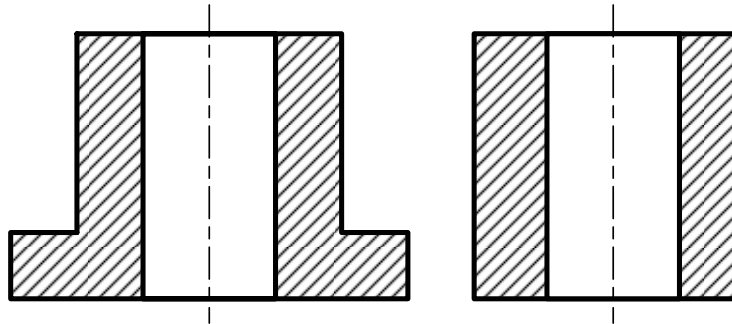


Tableau 1-4 Paliers lisses

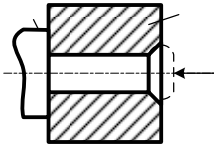
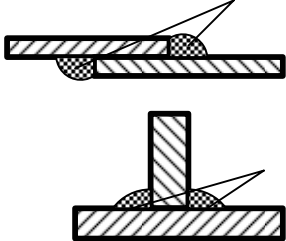
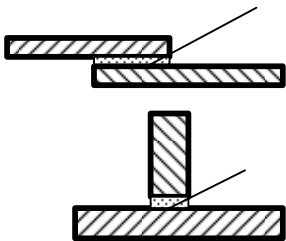
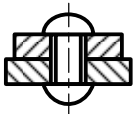
Types de paliers lisses	Caractéristiques	Matériaux principaux
1/ Coussinets frittés	a/ Au cour de fonctionnement, il se crée un film d'huile entre le coussinet. b/ La détermination de ces coussinets s'effectue en utilisant l'abaque, qui donne la charge admissible en fonction de la fréquence de rotation de l'arbre.	Matériaux frittés imprégné d'huile
2/ Coussinets en matériau thermoplastique	a/ Ils permettent d'amortir les vibrations. b/ Ils doivent être arrêtés en translation puisqu'ils ne sont pas montés serrés.	En polyamide (Nylon) En polymères haute performance
3/ Coussinets massifs	Ils sont usinés dans la masse, moulés ou en matériaux corroyés.	Voir NF ISO 4379, 4382-1 et 4362-2
4/ Coussinet en carbone	Ils sont utilisés pour des températures de fonctionnement allant jusqu'à 400°C	
5/ Coussinets en tôle revêtue	Ils sont fabriqués en déposant une couche mince d'un matériau fritté sur une tôle plane. Ensuite, des bandes sont découpées puis roulées. Les trous, gorges ou rainures éventuels pour l'arrivée du lubrifiant sont effectués avant roulage.	

III Liaisons pour assurer la fixation ou la position des pièces

3-1 Liaisons fixées

3-1-1 Liaisons fixées rigides permanents

Tableau 1-5 Liaisons fixées rigides permanents

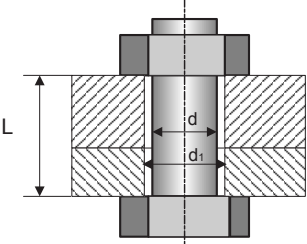
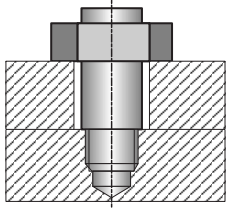
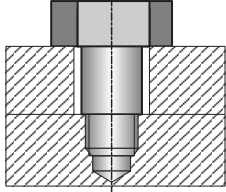
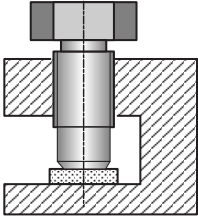
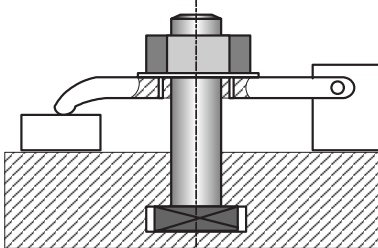
Liaisons	Caractéristiques	Figures
1/. Liaison de sertissage	<p>Cette fixation est obtenue par la déformation permanente de l'une des parties de la pièce métallique.</p> <p>(Dans cet ouvrage nous ne présenterons pas cette liaison.)</p>	
2/. Liaison par soudage	<p>Cette fixation entre des pièces métalliques est obtenue par soudage.</p> <p>(Dans cet ouvrage nous ne présenterons pas cette liaison.)</p>	
3/. Liaison par collage	<p>Cette fixation est obtenue par la colle. Le choix de la colle en fonction des efforts entre deux pièces collées et les matériaux des pièces.</p> <p>(Dans cet ouvrage nous ne présenterons pas cette liaison.)</p>	
4/. Liaison par rivetage	<p>Cette fixation est obtenue par la mise en place de plusieurs rivets entre les pièces. Le métal des rivets doit être malléable à froid ou à chaud pour permettre le refoulement de la métalrière.</p>	

3-1-2 Assemblages rigides démontables

Dans cette liaison les pièces assemblées doivent être entièrement solidaires de l'autre tout en pouvant être démontables et remontées à volonté.

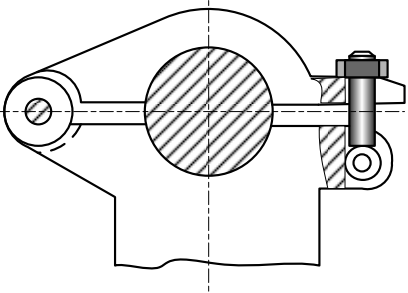
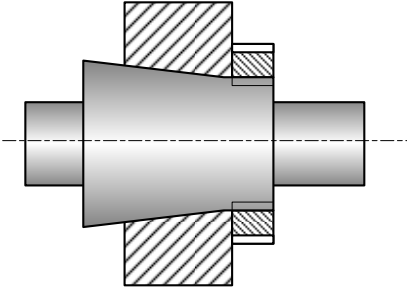
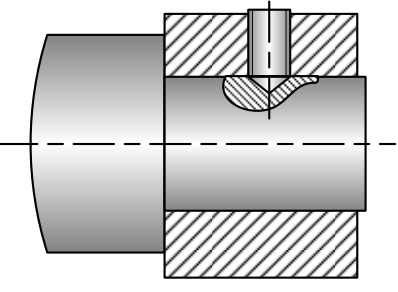
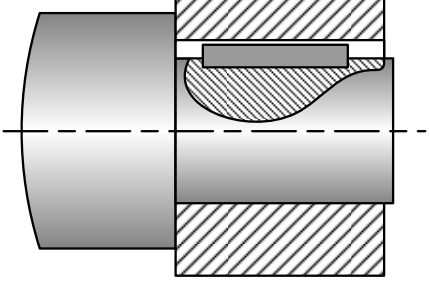
3-1-2-1 Assemblage plan sur plan

Tableau 1-6 Assemblage plan sur plan

Cas de l'assemblage	Figures
1/ Boulon	
2/ Goupille et écrou	
3/ Vis d'assemblage	
4/ Vis de pression	
5/ Bride	

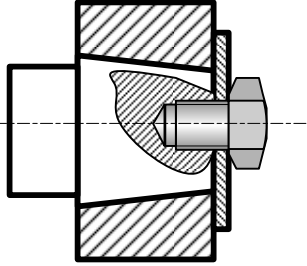
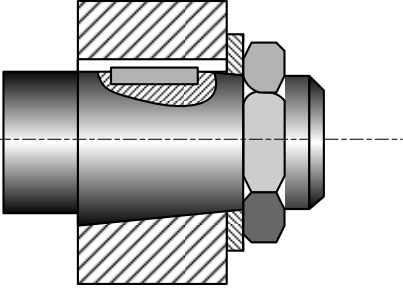
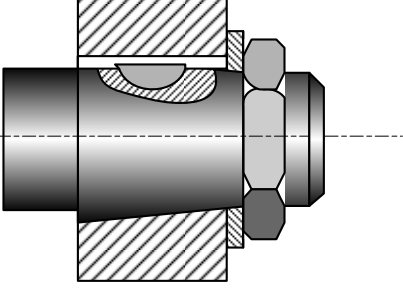
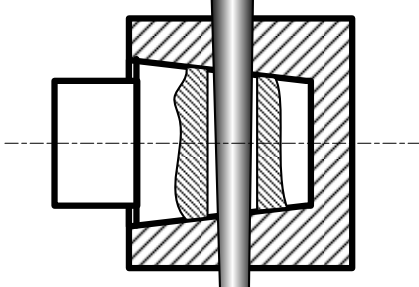
3-1-2-2 Assemblages cylindriques

Tableau 1-7 Assemblages cylindriques

Cas	Caractéristiques	Figures
1/ Boulon	<p>1/ Supprimer quatre degrés de liberté entre deux pièces assemblées. Les autres degrés de liberté sont obtenus par le boulon.</p> <p>2/ Assurer une liaison fixe par boulon.</p>	
2/ Bague conique fendue	<p>1/ Supprimer quatre degrés de liberté entre deux pièces assemblées. Les autres degrés de liberté sont obtenus par obscène.</p> <p>2/ Assurer une liaison fixe par bague.</p>	
3/ Vis	<p>1/ Supprimer quatre degrés de liberté entre deux pièces assemblées. Les autres degrés de liberté sont obtenus par obscène.</p> <p>2/ Assurer une liaison fixe par vis</p>	
4/ Clavette	<p>1/ Supprimer quatre degrés de liberté entre deux pièces assemblées. Les autres degrés de liberté sont obtenus par obscène.</p> <p>2/ Assurer une liaison fixe par clavette.</p>	

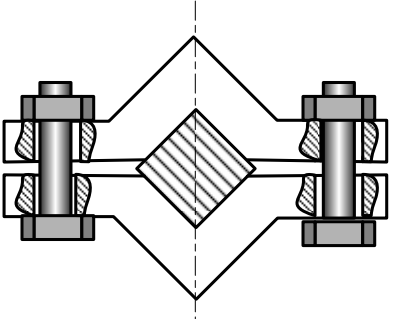
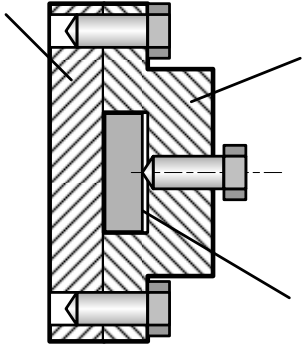
3-1-2-2 Assemblage conique

Tableau 1-8 Assemblage conique

Cas	Caractéristiques	Figures
1/ Vis	1/ Supprimer cinq degrés de liberté entre deux pièces assemblées. Le sixième degré est supprimé par vis.	
2/ Écrou + Clavette parallèle	1/ Supprimer cinq degrés de liberté entre deux pièces assemblées. Le sixième degré est supprimé par l'écrou. 2/ Assurer une liaison par clavette parallèle.	
3/ Écrou + Clavette disque	1/ Supprimer cinq degrés de liberté entre deux pièces assemblées. Le sixième degré est supprimé par l'écrou. 2/ Assurer une liaison par clavette disque.	
4/ Clavette transversale	1/ Supprimer cinq degrés de liberté entre deux pièces assemblées. Le sixième degré est supprimé par le mixte. 2/ Assurer une liaison par clavette transversale.	

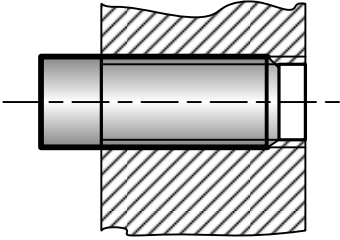
3-1-2-4 Assemblage prismatique

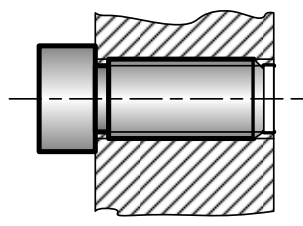
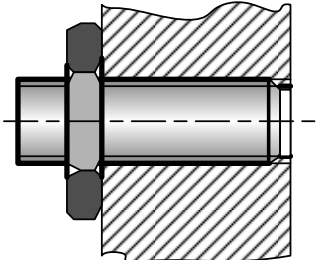
Tableau 1-9 Assemblage prismatique

Cas	Caractéristiques	Figures
<p>1/ Vis et écrou</p>	<p>1/ Le prisme étant de section carrée.</p> <p>2/ Supprimer cinq degrés de liberté entre deux pièces assemblées. Le sixième degré est supprimé par vis et écrou.</p>	
<p>2/ Vis</p>	<p>1/ Le prisme étant de section carrée ou rectangulaire...</p> <p>2/ Supprimer cinq degrés de liberté entre deux pièces assemblées. Le sixième degré est supprimé par boulon et écrou.</p>	

3-1-2-5 Assemblage hélicoïdal

Tableau 1-10 Assemblage prismatique

Cas	Caractéristiques	Figures
<p>1/ Vis serrée à fond de filet</p>	<p>1/ Il permet de supprimer cinq degrés de liberté.</p> <p>2/ Le sixième degré est supprimé par un arrêt en transmission (à fond de filet)</p>	

Cas	Caractéristiques	Figures
2/ Vis serrée avec arrêt contre un épaulement	<p>1/ Il permet de supprimer cinq degrés de liberté.</p> <p>2/ Le sixième degré est supprimé par un épaulement.</p>	
3/ Vis avec utilisation d'un écrou comme contre-écrou	<p>1/ Il permet de supprimer cinq degrés de liberté.</p> <p>2/ Le sixième degré est supprimé par un écrou.</p>	

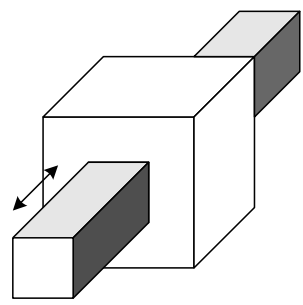
3-1-3 Guidages en translation

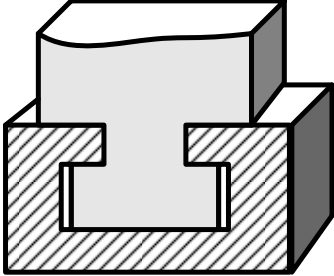
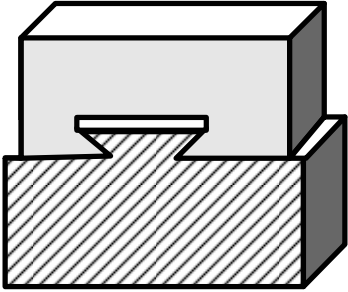
Les guidages en translation entre deux pièces sont réalisés par des assemblages rigides démontables. La liaison est une liaison glissière.

3-1-3-1 Assemblages prismatiques

Les assemblages prismatiques donnent une liaison glissière sur les surfaces en contact des pièces. Ces surfaces de contact peuvent être les formes que nous souhaitons. (Voir le tableau 1-11)

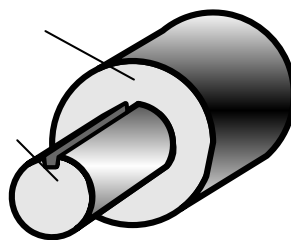
Tableau 1-11 **Forme de surfaces en contact entre deux pièces (Exemples)**

Exemples	Figures
1/ Deux plans orthogonaux	
Exemples	Figures

<p>2/ Forme en té</p>	
<p>3/ Forme en trapèze appelée queue d'aronde</p>	

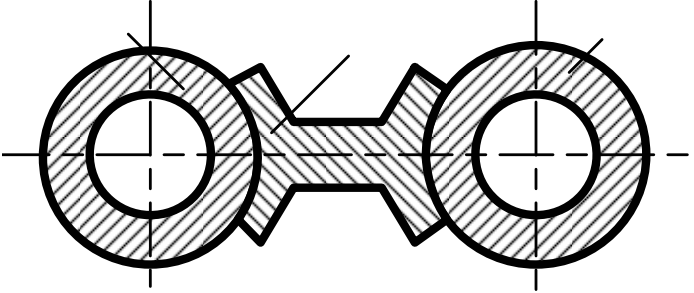
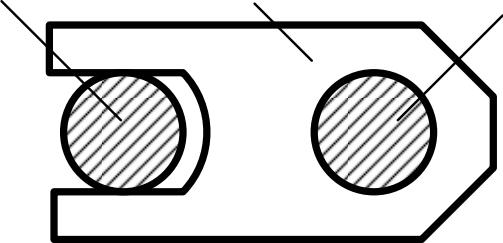
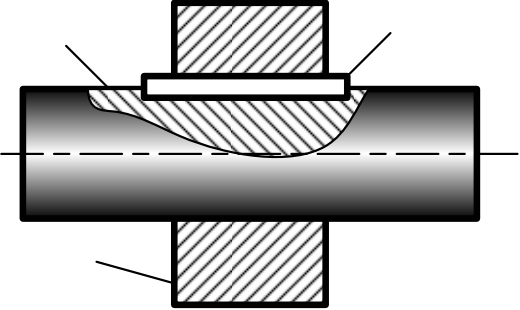
3-1-3-2 Assemblages cylindriques

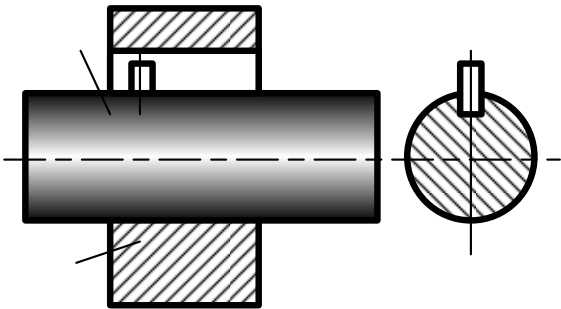
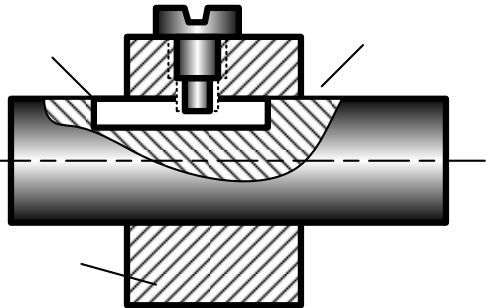
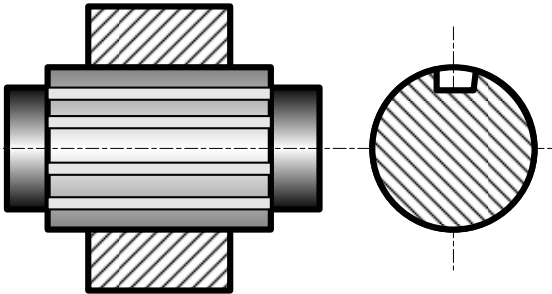
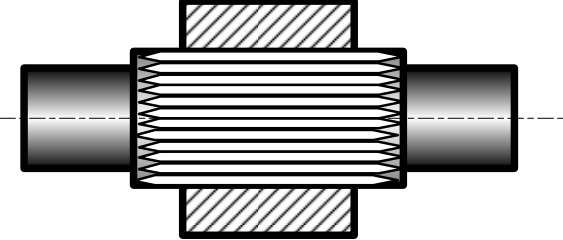
- 1/ La forme des surfaces en contact donne une liaison pivot glissant. Il est nécessaire d'ajouter au moins un élément pour obtenir une liaison glissière.



- 2/ Pour éviter l'arc – broutement, la longueur de guidage doit être supérieure à la longueur limite.
- 3/ Nous utilisons les roulements ; ou le fortement fluide, ou le magnétisme pour diminuer l'usure.

Tableau 1-12 Assemblages cylindriques
(Exemples)

Exemples	Figures
1/ Coulisseaux entre deux cylindres	 A technical drawing showing a key (clavette) inserted between two shafts. The shafts are represented by circles with dashed centerlines. The key is a rectangular bar with a central groove that fits into the keyways of both shafts. The key is shaded with diagonal lines.
2/ Coulisseaux entre deux cylindriques et un plan	 A technical drawing showing a key (clavette) inserted between two shafts and a housing. The shafts are represented by circles with dashed centerlines. The housing is a rectangular block with a central slot that fits around the key. The key is shaded with diagonal lines.
3/ Clavettes parallèles	 A technical drawing showing a parallel key (clavette parallèle) inserted into a shaft and a hub. The shaft is a cylinder with a dashed centerline. The hub is a rectangular block with a central slot that fits around the key. The key is shaded with diagonal lines.

Exemples	Figures
4/ Goupille cylindrique	
5/ Vis à béton	
6/ Cannelures	
7/ Dentelures	

3-1-4 Guidages en rotation (liaisons en rotation)

Les liaisons en rotation entre deux pièces sont réalisées par des assemblages rigides démontables. La liaison est une liaison pivot, glissant ou sphérique.

L'assemblage est constitué d'un alésage et d'un arbre.

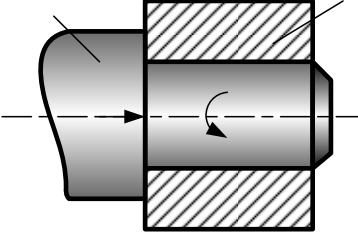
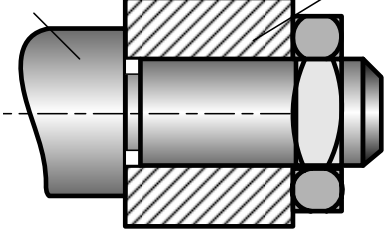
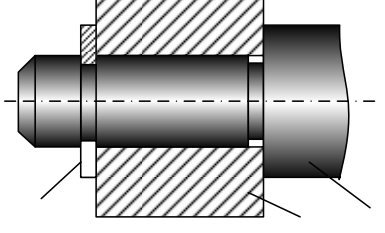
3-1-4-1 Assemblages cylindriques

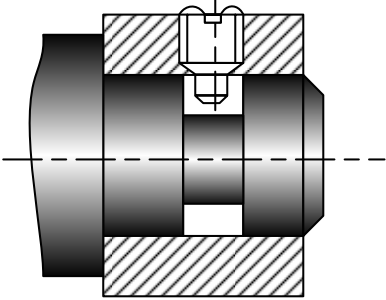
De par la forme des surfaces en contact, ces assemblages donnent une liaison pivot glissant. Pour avoir une liaison pivot nous ajoutons au moins un élément.

Pour réduire les frottements, nous pouvons utiliser le roulement ; le frottement sur pointe ; le palier fluide ou sur coussin d'air ou le palier magnétique.

Pour obtenue une liaison temporaire nous pouvons utiliser un verrou parallèle à l'axe de rotation, un verrou parallèle radial ou par une bille et un ressort.

Tableau 1-13 Assemblages cylindriques

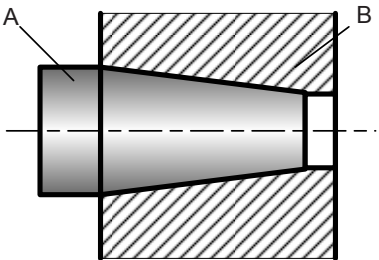
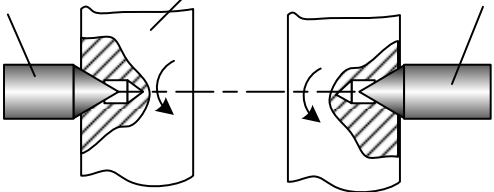
Éléments ajoutés	Figures
1/ Un plan en opposition à l'effort axial	
2/ Deux plans si l'effort axial est de sens variable	
3/ Un anneau élastique et un plan	

Éléments ajoutés	Figures
4/ Vis à téton dans une gorge	

3-1-4-2 Assemblages coniques

Les assemblages donnent une liaison pivot à condition que l'effort axial soit dirigé dans le bon sens. En général, ils devront ajouter au moins un élément.

Tableau 1-14 Assemblages coniques

Éléments ajoutés	Figures
1/ Cône seul	
2/ Deux cônes en opposition : montage dit entre pointes.	

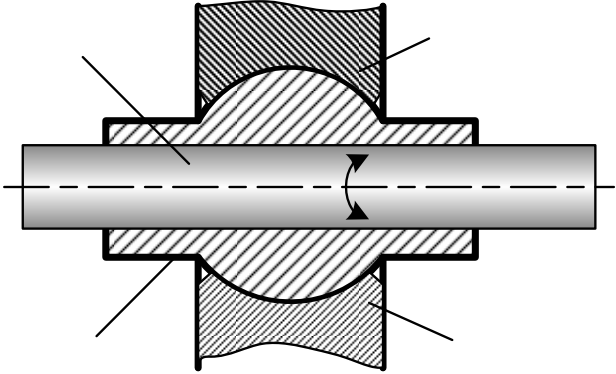
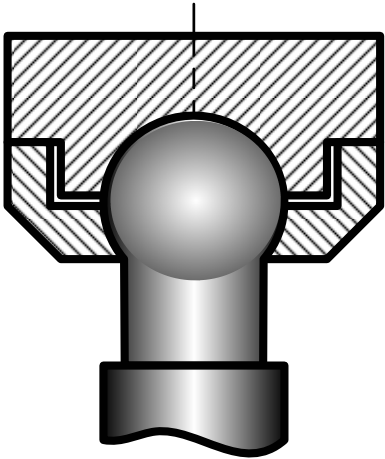
3-1-4-3 Rotules

Il n'est pas nécessaire d'ajouter en élément parce que la forme sphérique des surfaces en contact donne directement la liaison rotule.

Pour diminuer les frottements nous utilisons les roulements.

L'alésage doit être en deux parties pour montage.

Tableau 1-15 Alésage

Alésage	Figures
1/ Les deux partie de l'alésage.	
2/ Les deux partie de l'alésage passe un élément	

3-2 Liaisons élastiques

La liaison élastique est utilisée chaque fois qu'il est nécessaire d'absorber une énergie (fin de course), d'amortir un mouvement (suspension automobile) ou de filtrer des vibrations (machines tournantes). Elle est également utilisée pour des montages hyperstatiques.

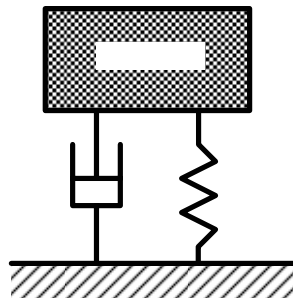
3-2-1 Principe

La liaison entre deux solides est caractérisée par les propriétés suivantes :

- La liaison entre les deux solides s'effectue par l'intermédiaire d'un élément déformable.
- Le déplacement relatif d'un solide par rapport à l'autre solide provoque la déformation de l'élément intermédiaire.
- La déformation de l'élément intermédiaire génère des forces qui s'opposent au mouvement d'un solide par rapport à l'autre solide.

3-2-2 Caractéristiques

L'élément intermédiaire de la liaison élastique entre deux solides peut être schématisé par un ressort et un amortisseur montés en parallèle.



3-2-2-1 Élastique, rigidité

- L'élasticité de se déformer avec une amplitude sensiblement proportionnelle à la charge, et, de manière réversible.

- Les rigidités linéaires sont :

$$K_x = \frac{F_x}{\delta_x}; \quad K_y = \frac{F_y}{\delta_y}; \quad K_z = \frac{F_z}{\delta_z}$$

- Les rigidités de torsion, appelées parfois « couple de rappel », sont les rapports du moment appliqué suivant une direction sur le déplacement angulaire suivant cette même direction :

$$C_x = \frac{M_x}{\theta_x}; \quad C_y = \frac{M_y}{\theta_y}; \quad C_z = \frac{M_z}{\theta_z};$$

3-2-2-2 Amplitude

L'amplitude du mouvement est une donnée fondamentale qui permettra de choisir les constituants de l'élément intermédiaire.

3-2-2-3 Amortissement

L'amortissement est dû à un effort de freinage permettant de l'amplitude du mouvement.

Il existe deux catégories d'amortissement :

- l'amortissement de frottement
- l'amortissement visqueux qui requiert un effort de freinage proportionnel à la vitesse du déplacement relatif entre les deux solides.

3-2-2-4 Vibrations :

La plupart des machines sont soumises à des sollicitations périodiques alternées. Ces sollicitations provoquent des mouvements d'oscillations ou de vibrations classées en deux types :

- les vibrations propres, obtenues si la masse est écartée de sa position d'équilibre d'une distance suivant un axe. La liaison élastique permet un amortissement de cette vibration.
- les vibrations forcées (ou entretenue), obtenue si la machine est soumise à un effort suivant un axe précis. Si la liaison est parfaitement rigide, la vibration est intégralement transmise au support. La courbe représentative de cet effort est identique.

3-2-2-5 Bruits

La liaison élastique ne traite que les bruits solidiens. Ces bruits proviennent de la mise en vibration des structures (sol, murs plafond). Une liaison élastique atténue la propagation près de la source (machine).

3-2-2-6 Choc

Le choc que subit une machine peut être représenté par la variation de l'excitation, c'est-à-dire de l'effort, dans le temps. Cet effort est d'une intensité importante par rapport à sa durée.

La liaison élastique permet de diminuer et d'étaler cet effort dans le temps.

L'accélération provoquée par un choc peut être destructrice. Les vibrations engendrées peuvent, en effet, conduire à la détérioration ou la rupture de certains constituants du mécanisme.

3-2-3 Constituants liaisons élastiques

3-2-3-1 Ressorts métalliques

Quatre familles de ressorts métalliques

1/ Ressorts de compression :

- Ressorts cylindriques de compression
- Ressorts coniques de compression
- Ressorts coniques en volume
- Rondelles « Belleville »
- Ressorts diaphragme

2/ Ressorts de traction

3/ Ressorts de torsion

- Ressorts cylindriques de torsion
- Ressorts en spirale
- Ressorts de torsion

4/ Ressorts de flexion : ressorts à lames

3-2-3-2 Ressorts pneumatiques :

Il existe deux types de ressorts pneumatiques :

- Ressorts dits à gaz
- Ressorts dits pneumatiques

Leurs avantages par rapport aux ressorts mécaniques :

- L'effort est presque linéaire sur une grande course.
- Ils ont même encombrement pour une large plage de poussée.
- La vitesse de déplacement est modulable dans les 2 sens, mais elle est constante sur la course pneumatique.

- La poussée nominale est dès les premiers millimètres.
- Il est possible de faire varier la courbe des efforts.
- Sa vitesse réduit en fin de course. La longueur d'amortissement est modulable.

- Sécurité : pas de rupture brutale (perte progressive de gaz en cas de détérioration).
- Esthétique et propre

3-2-3-3 Amortisseurs

Le rôle principal d'un amortisseur est de réduire au maximum les oscillations dues aux vibrations et aux chocs.

Les types d'amortisseurs :

- mécaniques
- hydrauliques ou pneumatiques
- magnétiques

Tableau 1-16 Comparaison de différents de amortisseurs

Amortisseurs	Caractéristiques de force	Caractéristiques d'amortisseur
a/ Vérin hydraulique de freinage	Grande force de freinage en début de course	<ul style="list-style-type: none"> - La masse est freinée trop brutalement au début. - La plus grande partie de l'énergie est dissipée en début de course
b/ Ressorts mécaniques et butées élastiques	Grande force de freinage en fin de course	<ul style="list-style-type: none"> - La masse est freinée par une force croissante tout au long de la course jusqu'à l'arrêt. - Les ressorts gardent l'énergie pour la restituer. De ce fait, la masse rebondit.
c/ Amortisseur pneumatique de fin de course	Grande force de freinage en fin de course	<ul style="list-style-type: none"> - La courbe de croissance très forte à cause de la compressibilité de l'aire. - La plus grande partie de l'énergie est dissipée en fin de course
d/ Amortisseurs industriels	Force de freinage constante	<ul style="list-style-type: none"> - La masse est freinée de manière optimale grâce à une force de freinage constante tout au long de la course. - Ces amortisseurs réceptionnent les masses en douceur et freinent celle-ci de manière constante sur toute la course.

3-2-3-4 Amortisseurs industriels

Ce sont des amortisseurs hydrauliques.

1/ Avantages de amortisseur industriels :

- **Énergie absorbée** : pour une même force de réaction, l'amortisseur industriel absorbe plus d'énergie. Ceci permet d'augmenter la vitesse de production de 80 % à 100 %.
- **Force de réduction** : pour une même quantité d'énergie absorbée, la force de réaction avec l'amortisseur industriel est beaucoup plus faible. La charge sur le bâti est diminuée de 70 % à 80 %.
- **Temps de freinage** : pour une même quantité d'énergie absorbée, l'amortisseur industriel diminue le temps de freinage de 60 % à 70 %

2/ Orifices de l'amortisseur :

Les amortisseurs comportent un ou plusieurs orifices.

- Amortisseur à orifice simple :

Ce type d'amortisseur fournit une grande force résistante au début de la course lorsque la vitesse d'impact est la plus élevée.

- Amortisseur à orifices multiples :

La position des orifices détermine que les caractéristiques de l'amortissement sont linéaires, progressifs ou auto-compensés :

- . l'amortissement conventionnel : il offre une décélération linéaire constante sur toute la course ;
- . l'amortissement progressif : la force résistante est minimale à impact, ce qui permet de protéger les charges et mécanismes fragiles ;
- . l'amortissement auto-compensé.

3-2-3-5 Éléments mixtes :

Cet élément se comporte comme s'ils comprenaient, à la fois, un ressort et un amortisseur.

1/ Articulations élastiques

Les articulations élastiques comportent une partie en matière du type élastomère. Cet élastomère leur confère la propriété d'être à la fois un ressort et un amortisseur.

Caractéristiques des articulations élastiques :

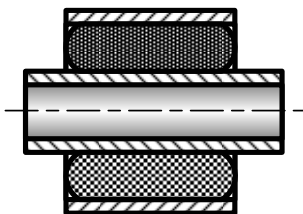
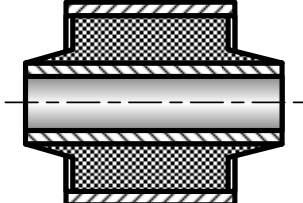
Les déformations ou les mouvements possibles sont :

- la flèche sous charge axiale ;
- la flèche sous charge radiale ;
- l'angle de torsion sous l'effet du moment axiale ;
- l'angle conique sous l'effet du moment radial

Deux familles d'articulation élastiques :

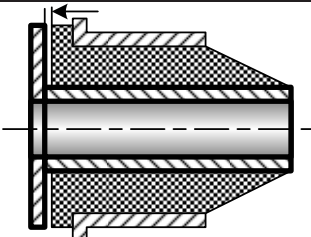
- **Articulations élastiques simples** : Leur raideur est constante ou continûment variable. Il existe deux modèles de base dans certaines dimensions, en version butée latérale.

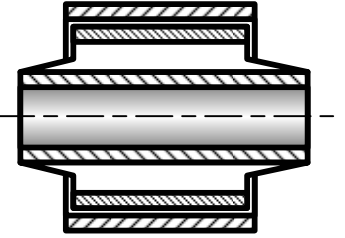
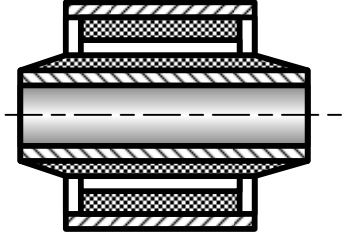
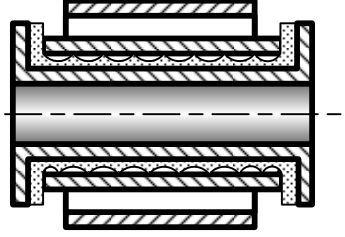
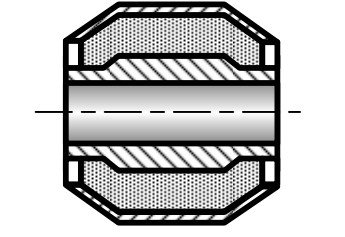
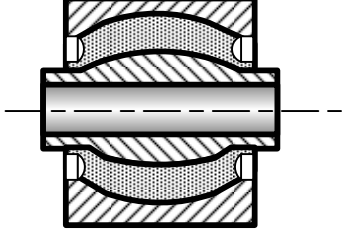
Tableau 1-17 Articulations élastiques simples

Modèles des articulations élastiques simples	Caractéristiques	Figures
1/ Silentbloc	a/ Il est constitué d'une bague élastomère emmanchée à force entre deux tubes métalliques. b/ Les efforts supportés sont limités par l'adhérence de l'élastomère (adhérite) sur les tubes.	
2/ Flexibloc	a/ Il est réalisé en faisant adhérer un bloc d'élastomère sur deux tubes métalliques. b/ C'est la rupture de l'élastomère dans la masse ou à l'interface tube/élastomère qui limite les efforts supportés par le Flexibloc.	

- **Articulations élastiques évoluées** : leur raideur est très variable.

Tableau 1-18 Articulations élastiques évoluées

Modèles des articulations élastiques simples	Caractéristiques	Figures
1/ Articulation à collerette	a/ L'articulation avec une collerette (d= 12 ou 16 mm) b/ La raideur varie selon le sens à partir de la course.	

Modèles des articulations élastiques simples	Caractéristiques	Figures
2/ Articulation lamifiée	a/ Pour augmenter la raideur axiale, nous plaçons un tube métallique dans l'élastomère. b/ L'augmentation de la raideur axiale par insertion d'un tube métallique dans l'élastomère.	
3/ Articulation alvéolée	a/ En plaçant des alvéoles de tailles différentes à certains endroits, nous pouvons faire varier la rigidité radiale. b/ La raideur radiale est variable en plaçant des alvéoles dans l'élastomère	
4/ Articulation tourbillonnante Fluidbloc	a/ Le Fluidbloc comporte un élastomère fixé sur tube intérieur et peut glisser sur le tube extérieur. b/ Il donne la possibilité de rotation complète avec une rigidité en torsion minimum. c/ Le mouvement est lubrifié par un produit approprié.	
5/ Articulation Silenbloc à bords rabattus	a/ L'articulation Silenbloc existe à bords rabattus. b/ Il permet d'augmenter la charge radiale.	
6/ Articulation Sphériflex	a/ C'est une rotule acceptant des charges radiale et axiale relativement élevées. b/ Il existe la rotule Sphériflex pour d de 16 mm à 44 mm.	

2/ Supports élastiques :

Les supports élastiques, comme les articulations, comportent une partie en matière plastique du type élastomère.

Lorsque les éléments du mécanisme n'ont pas à être liés entre eux, il suffit d'utiliser des butées.

Il existe des supports hydrauliques qui associent un élément porteur métal - élastomère à un dispositif hydraulique. Ces systèmes sont utilisés sur véhicules automobiles pour améliorer le confort tant vibratoire qu'acoustique.

3-2-3-6 Suspension oléopneumatique de voiture

Cette suspension oléopneumatique est un cas particulier puisque, si elle comporte, comme toute suspension classique de voiture, un amortisseur, il n'y a pas de ressort. Celui-ci est remplacé par un volume d'azote.

En plus, une commande centralisée permet de régler la hauteur de l'assiette du véhicule en agissant sur la voiture d'huile contenu dans l'accumulateur. Les dernières évolutions du système sont également pilotées par un ordinateur en fonction de la conduite.

IV Résistance des matériaux d'un solide

- **Contrainte normale dans la traction ou compression simple**
- **Allongement unitaire simple**
- **Conditions de résistance des matériaux**
- **Déformations simples**
- **Flexion de poutre**
- **Stabilité de l'équilibre élastique - flambement**
- **Contrainte de contact et formule Hertz**

4-1 Contrainte normale dans la traction ou compression simple :

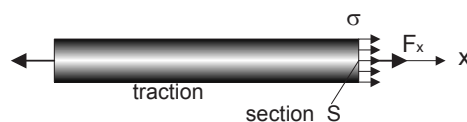


Figure 1-4 Contrainte normale

- Contrainte de traction ou de compression

$$\sigma = \frac{F_x}{S}$$

avec :

F_x	effort en traction ou en compression perpendiculaire à la section transversale S	en N
S	aire de section transversale de la poutre	en mm^2

4-2 Allongement unitaire simple

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

Si l'allongement unitaire simple ε est négatif, c'est un raccourcissement.

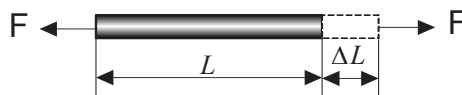


Figure 1-5 Allongement

4-3 Conditions de résistance des matériaux

1/ Condition des déformations maximales :

La flèche de flexion ne doit pas passer la flèche admissible:

$$f \leq [f_a]$$

$[f_a]$ est la flèche admissible

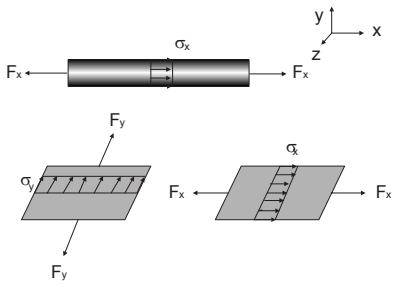
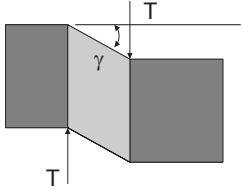
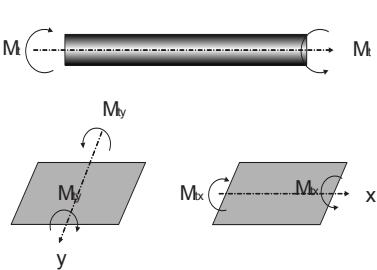
2/ Condition des contraintes normales élastiques maximaux :

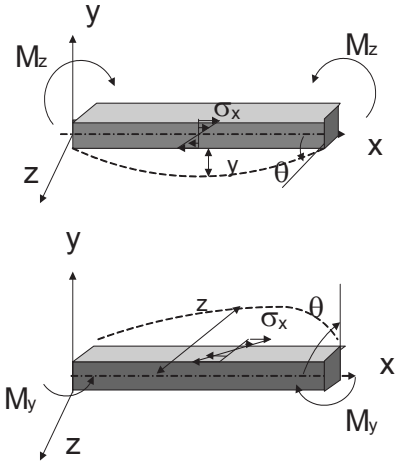
$$\sigma \leq [\sigma_p] \quad \text{et} \quad \sigma_p = \frac{\sigma_e}{K_s}$$

σ_e	résistance élastique limite
σ_p	contrainte pratique
K_s	coefficient de sécurité

4-4 Déformations simples : (voir XIONG Youde *Formulaire de résistance des matériaux*)

Tableaux 1-5 Déformations et contraintes


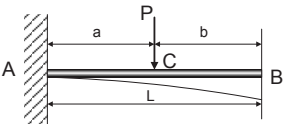
Charges	Effets produits par la charge	Contraintes	Déformations
1/ Effort normal (concentré ou uniforme)	1/ Traction et compression simple 	Contrainte normale : $\sigma_x = \frac{F_x}{S}$ $\sigma_y = \frac{F_y}{S}$ $\sigma_z = \frac{F_z}{S}$	Allongement unitaire : $\varepsilon_x = \frac{\Delta L_x}{L} = \frac{\sigma_x}{E_x}$ $\varepsilon_y = \frac{\Delta L_y}{L} = \frac{\sigma_y}{E_y}$ $\varepsilon_z = \frac{\Delta L_z}{L} = \frac{\sigma_z}{E_z}$
2/ Effort tranchant	Cisaillement : 	Contrainte tangentielle : $\tau = \frac{T}{S}$ <i>S</i> surface <i>T</i> effort tranchant	Angle de distorsion : $\gamma = \frac{1}{G} \frac{T}{S}$ <i>G</i> module d'élasticité transversale
3/ Moment de torsion	Torsion : 	Contrainte tangentielle : $\tau = \rho \frac{M_\tau}{I_0}$ $\tau_{\max} = \frac{M_\tau}{\left(\frac{I_0}{\nu}\right)}$ <i>ρ</i> rayon de giration <i>ν</i> coefficient de POISSON	Angle de torsion : $\theta = \frac{1}{G} \frac{M_\tau}{I_0}$ <i>M_τ</i> moment de torsion <i>G</i> module d'élasticité transversale <i>I₀</i> moment d'inertie

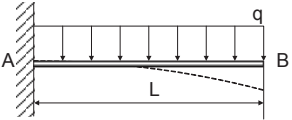
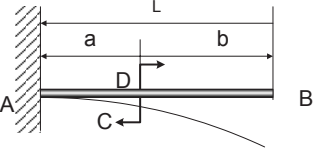
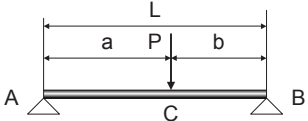
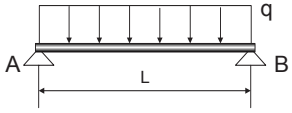
Charges	Effets produits par la charge	Contraintes	Déformations
4/ Moment fléchissant	Flexion : 	Contrainte normale : $\sigma_x = \frac{M_z}{\left(\frac{I_z}{y}\right)}$ ou $\sigma_x = \frac{M_y}{\left(\frac{I_y}{z}\right)}$	Angle de rotation par la flexion : $\theta \approx \tan \theta = \int \frac{M_f}{EI} dx + c_1$ Flèche : $y = \iint \left(\frac{M_f}{EI} dx\right) dx + c_2$

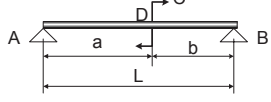
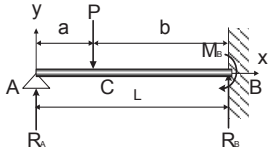
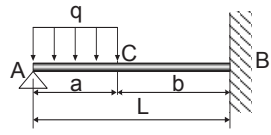
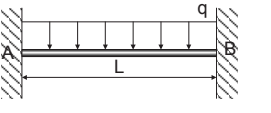
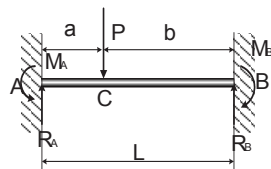
M_x, M_y, M_z moment de flexion suivant les directions x, y, z.

E module d'élasticité longitudinale I_z, I_y moment d'inertie suivant la direction z, y.

4-5 Flexion de poutre : (voir XIONG Youde *Formulaire de résistance des matériaux*)

Charge	Réaction des appuis R et M	Moment de flexion M_{max}	Flèche f_x f_{max}
1/ Charge concentrée à l'extrémité : 	$R_A = P$ $M_A = -PL$	$M_x = -Px$	$f_x = \frac{Px^3}{6EI} (3L - x)$ $f_{max} = f_B = \frac{PL^3}{3EI}$
2/ Charge concentrée : 	$R_A = P$ $M_A = -Pa$	$M_{x-AC} = -P(a-x)$ $M_{x-CB} = 0$	$f_{x-AC} = \frac{Px^2}{6EI} (3a - x)$ $f_c = \frac{Pa^3}{3EI}$ $f_{max} = f_B = \frac{Pa^2}{6EI} (3L - a)$

Charge	Réaction des appuis R et M	Moment de flexion M_{max}	Flèche f_x f_{max}
3/ Charge uniformément répartie : 	$R_A = qL$ $M_A = -\frac{qL^2}{2}$	$M_x = q\left(Lx - \frac{L^2 + x^2}{2}\right)$ $M_{max} = -\frac{qL^2}{2}$	$f_x = \frac{qL^4}{24EI} \left(\frac{6x^2}{L^2} - \frac{4x^3}{L^3} + \frac{x^4}{L^4}\right)$ $f_{max} = \frac{qL^4}{8EI}$
4/ Couple : 	$R_A = 0$ $M_A = C$	$M_{x-AD} = C$ $M_{x-DB} = 0$	$f_{x-AD} = \frac{Cx^2}{2EI}$ $f_{max} = f_B = \frac{Ca}{EI} \left(L - \frac{a}{2}\right)$ $f_D = \frac{Ca^2}{2EI}$
5/ Charge concentrée : 	$R_A = \frac{Pb}{L}$ $R_B = \frac{Pa}{L}$	$M_{x(AC)} = \frac{Pbx}{L}$ $M_{x(CB)} = \frac{Pa(L-x)}{L}$ $M_c = M_{max} = \frac{Pab}{L}$	$f_{x(AC)} = \frac{Pbx}{6EIL} [L^2 - b^2 - x^2]$ $f_{x(CB)} = \frac{Pa(L-x)}{6EIL} [x(2L-x) - a^2]$ Si $x = \sqrt{\frac{(L^2 - b^2)}{3}}$ $f_{max} = \frac{Pb}{9EIL} \sqrt{\frac{(a^2 + 2ab)^3}{3}}$
6/ Charge uniformément répartie : 	$R_A = R_B = \frac{qL}{2}$	$M_x = \frac{qx}{2}(L-x)$ en cas $x = L/2$ $M_{max} = \frac{qL^2}{8}$	$f_x = \frac{q}{24EI} (xL^3 - 2x^3L + x^4)$ $f_{max} = f_{L/2} = \frac{5qL^4}{384EI}$

Charge	Réaction des appuis R et M	Moment de flexion M_{max}	Flèche f_x
7/ Couple en un point quelconque : 	$R_A = \frac{C}{L}$ $R_B = -\frac{C}{L}$	$M_{x(AD)} = \frac{C}{L}x$ $M_{x(DB)} = -\frac{C}{L}(L-x)$	$f_{x(AD)} = \frac{Cx}{6EIL}[x^2 - L^2 + 3b^2]$ $f_{x(DB)} = \frac{C}{6EIL}[x^3 - 3Lx^2 + (2L^2 + 3a^2)x - 3a^2L]$ $f_{x=a} = \frac{Cab}{3EIL}(b-a)$
8/ Charge concentrée : 	$R_A = \frac{Pb^2}{2L^3} \cdot (3L-b)$ $R_B = \frac{Pa}{2L^3} \cdot (3L^2 - a^2)$ $M_B = -\frac{Pab}{2L^2} \cdot (L+a)$	$M_B = -\frac{Pab}{2L^2}(2a+b)$ $M_C = \frac{Pab^2}{2L^3}(3L-b)$ <p>Pour $a = 0,366L$</p> $M_{c-max} = 0,174PL$	$f_{x(AC)} = \frac{P(L-a)^2x}{12EIL^3}[(2L+a)x^2 - 3aL^2]$ $f_{x(CB)} = -\frac{Pa(L-x)^2}{12EIL^3}[3L(L^2 - a^2) - (3L^2 - a^2)(L-x)]$ $f_{x=c} = -\frac{Pa}{96EI}(3L^2 - 5a^2)$
9/ Charge uniforme partielle : 	$R_A = \frac{qa}{8} \left[8 - \frac{6a}{L} + \frac{a^3}{L^3} \right]$ $R_B = \frac{qa^2}{8} \left(6 - \frac{a^2}{L^2} \right)$ $M_B = -\frac{qa^2}{8} \left(2 - \frac{a^2}{L^2} \right)$	$M_{x(AC)} = R_Ax - \frac{qx^2}{2}$ $M_{max} = M_{x=R_A/q} = \frac{R_A^2}{2a}$	$f_x = \frac{q}{24EI}[(x-a)^4 - x^4] + \frac{R_A}{6EI}(x^3 - 3L^2x) + \frac{qx}{6EI}(L^3 - b^3)$
10/ Charge répartie :  <p>$\Sigma P = qL$</p>	$R_A = R_B = \frac{qL}{2}$ $M_A = M_B = -\frac{qL^2}{12}$	$M_x = \frac{q}{12}(6xL - 6x^2 - L^2)$ $M_{x=L/2} = \frac{qL^2}{24}$	$f_x = \frac{qL^4}{24EI} \left(\frac{x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} + \frac{x^4}{L^4} \right) = \frac{qx^2}{24EI}(L-x)^2$ $f_{x=L/2} = \frac{qL^4}{384EI}$
11/ Charge concentrée : 	$R_A = \frac{Pb^2}{L^3}(3a+b)$ $R_B = \frac{Pa^2}{L^3}(a+3b)$ $M_A = -\frac{Pab^2}{L^2}$ $M_B = -\frac{Pa^2b}{L^2}$	$M_C = -\frac{2Pa^2b^2}{L^3}$ <p>Si $a < b$</p> $(-M)_{max} = \frac{Pab^2}{L^2}$ <p>Si $a > b$</p> $(-M)_{max} = \frac{Pa^2b}{L^2}$	$f_c = \frac{Pa^3b^3}{3EIL^3}$ <p>Si $x = \frac{2aL}{3a+b}$ et $a > b$</p> $f_{max} = \frac{2Pa^3b^2}{3EI(3a+b)^2}$ <p>Si $x = L - \frac{2bL}{3b+a}$ et $a < b$</p> $f_{max} = \frac{2Pa^2b^3}{3EI(a+3b)^2}$

4-6 Stabilité de l'équilibre élastique - flambement (formule d'Euler) : (voir XIONG Youde *Formulaire de résistance des matériaux*)

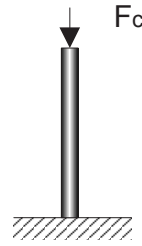


Figure 1-6 Stabilité de l'équilibre élastique

4-6-1 Définition :

Les pièces élancées ou les pièces à voile mince soumises aux charges de compression. Quand les valeurs des charges arrivent à une valeur importante, les pièces comprimées commencent à perdre l'équilibre, se déformant entièrement ou partiellement par flambement, déversement, voilement ou cloquage. Ces pièces ne peuvent donc plus être utilisées. Cette limite des charges se traduit par une contrainte critique σ_c ou une charge critique F_c . Ce phénomène de résistance des matériaux s'appelle stabilité de l'équilibre élastique.

4-6-2 Crique de stabilité de l'équilibre élastique

La charge doit être inférieure de la charge critique de flambement ou la contrainte doit être inférieure de la contrainte critique. Comment déterminer la charge critique, nous le trouverons dans le chapitre suivant.

1/ Charge critique de flambement (Formule d'Euler) :

$$F_c = \frac{\pi^2 EI_{\alpha\beta}}{(\mu L)^2} = \eta \frac{EI_{\alpha\beta}}{L^2} \quad F_c \geq k_s F_p$$

2/ Contrainte critique :

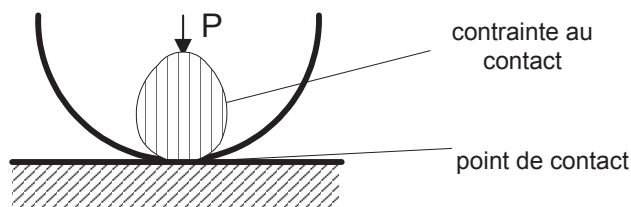
$$\sigma_c = \frac{F_c}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad \sigma_c \geq k_s [R_e]$$

avec :

E	module d'élasticité longitudinale	en N/mm^2 (MPa)
$I_{\alpha\beta}$	moment d'inertie minimal (moment d'inertie principal)	en mm^4
A	surface des sections transversales	en mm^2
L	longueur d'utilisation	en mm
μ	coefficient des fixations	
η	coefficient de stabilité de l'équilibre	
λ	élancement des pièces $\lambda = \frac{\mu L}{\sqrt{\frac{I_{\alpha\beta}}{A}}}$	
F_c	charge critique de flambement	en N
F_p	charge appliquée	en N
$[R_e]$	contrainte admissible	en N/mm^2 (MPa)
k_s	coefficient de sécurité	
	$k_s = 4 \text{ à } 5$ pour l'acier ; $k_s = 8 \text{ à } 10$ pour la fonte ; $k_s = 10$ pour le bois	

4-7 Contrainte de contact et formule de HERTZ

Quand deux corps sont en contact sous une pression P , ils produisent des contraintes et des déformations sur les surfaces de contact. Cette contrainte s'appelle la contrainte au contact, et cette déformation s'appelle la déformation au contact des surfaces.



Formule HERTZ :

La contrainte de contact maximum au contact doit être égale ou inférieure à la contrainte admissible au contact. La contrainte maximum peut être calculée avec la formule de HERTZ :

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{N}{\pi \cdot L} \cdot \frac{\left(\frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2}\right)}{\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)}} \quad \text{en MPa}$$

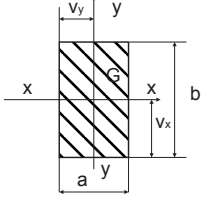
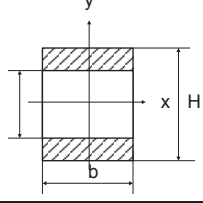
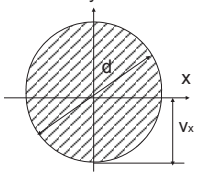
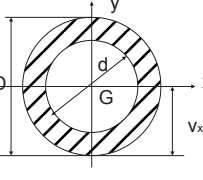
avec :

- N force normale entre les deux solides
- L longueur du contact entre les deux solides
- r_1 et r_2 rayons courbure de deux solides au point du contact
- E_1 et E_2 module longitudinal de deux solides
- ν_1 et ν_2 coefficients de Poisson de deux solides

4-8 Caractéristiques élastiques des matériaux :

	Masse volumique ρ kg/dm^3	Module d'élasticité longitudinal E MPa N/mm^2	Module de d'élasticité transversale G MPa N/mm^2	Coefficient de Poisson ν	Coefficient d'allongement A %
Acier	7,8	$2,05 * 10^5$	$0,79 * 10^5$	0,29~0,3	1,8~10
Fonte acier	7,8	$1,15 * 10^5$	$0,45 * 10^5$	0,29~0,3	
Cuivre	8,8	$1,25 * 10^5$	$0,48 * 10^5$	0,34	10~16
Nickel	8,9	$2,20 * 10^5$			
Bois		$0,1 * 10^5 \sim$ $0,005 * 10^5$	$0,006 * 10^5$		
Verre – glace	2,4-2,7	$0,56 * 10^5$	$0,22 * 10^5$	0,25	
Béton 200 kg/m^3	1,8-2,45			0,20	
Marbre	2,6-2,7	$0,52 * 10^5$		0,20	
Granit	2,6-3	$0,49 * 10^5$			

4-9 Caractéristiques des sections

	Section de la poutre	Aire de section S mm^2	Moment d'inertie par rapport à l'axe x et y I_x, I_y mm^4	Distances de G aux fibres extrêmes v mm	Module de résistance en flexion W_x, W_y mm^3
Cas 1		$S = ab$	$I_x = ab^3 / 12$ $I_y = a^3 b / 12$	$v_x = b/2$ $v_y = a/2$	$W_x = \frac{ab^2}{6}$ $W_y = \frac{a^2 b}{6}$
Cas 2		$S = b(H - h)$	$I_x = \frac{b(H^3 - h^3)}{12}$ $I_y = \frac{b^3(H - h)}{12}$	$v_x = 0,5 H$ $v_y = 0,5 b$	$W_x = \frac{b(H^3 - h^3)}{6H}$ $W_y = \frac{b^2(H - h)}{6}$
Cas 3		$S = \frac{\pi d^2}{4}$	$I_x = I_y = \frac{\pi}{64} d^4$ $= 0,0491 d^4$ $I_\rho = \frac{\pi d^4}{32} = 0,0982 d^4$	$v_x = \frac{d}{2}$	$W_x = W_y = \frac{\pi}{32} D^3$
Cas 4		$S = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$	$I_x = I_y = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$ $= 0,049 (D^4 - d^4)$ $I_\rho = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$ $= 0,0982 (D^4 - d^4)$	$v_x = \frac{D}{2}$ $v_y = \frac{D}{2}$	$W_x = W_y = \frac{\pi}{32D} (D^4 - d^4)$ $= 0,0982 \frac{(D^4 - d^4)}{D}$

G centre d'inertie de la section**S** aire de section **I_x, I_y** moment d'inertie par rapport à l'axe **X, Y** $I_x = \int_s y^2 ds$; $I_y = \int_s x^2 ds$; $I_0 = I_x + I_y$ **I_ρ** moment d'inertie central principal $I_x = \int \rho^2 dr$ **v_1 et v_2** distances de G aux fibres extrêmes suivant des axes différents $v_y = x_{\max}$; $v_x = y_{\max}$ **W_x, W_y** , module de résistance en flexion correspondant à **I_x, I_y** $W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{I_x}{v_x}$; $W_y = \frac{I_y}{x_{\max}} = \frac{I_y}{v_y}$ **W_ρ** module de résistance élastique en flexion correspondant à **I_ρ** $W_\rho = \frac{I_\rho}{\rho}$