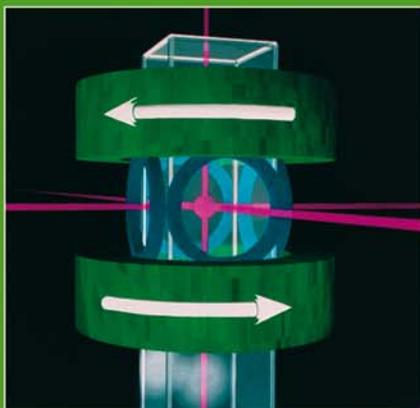


SAVOIRS

ACTUELS

# PHYSIQUE • QUANTIQUE

2E ÉDITION



•  
MICHEL LE BELLAC

CNRS ÉDITIONS

Extrait de la publication

*Illustration de couverture* : Vue d'artiste d'un piège magnéto-optique (chapitre 15). Ces pièges sont devenus un outil de base de la physique atomique, et ils servent en particulier dans l'obtention de condensats de Bose-Einstein (chapitre 14). © National Institute of Standards and Technology (NIST) / Science Photo Library.

© 2007, EDP Sciences, 17, avenue du Hoggar, BP 112, Parc d'activités de Courtabœuf, 91944 Les Ulis Cedex A  
et  
CNRS ÉDITIONS, 15, rue Malebranche, 75005 Paris.

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés réservés pour tous pays. Toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle, par quelque procédé que ce soit, des pages publiées dans le présent ouvrage, faite sans l'autorisation de l'éditeur est illicite et constitue une contrefaçon. Seules sont autorisées, d'une part, les reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, et d'autre part, les courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées (art. L. 122-4, L. 122-5 et L. 335-2 du Code de la propriété intellectuelle). Des photocopies payantes peuvent être réalisées avec l'accord de l'éditeur. S'adresser au : Centre français d'exploitation du droit de copie, 3, rue Hautefeuille, 75006 Paris. Tél. : 01 43 26 95 35.

ISBN EDP Sciences 978-2-86883-998-5

ISBN CNRS ÉDITIONS 978-2-271-06584-1

Michel Le Bellac

# Physique quantique

2<sup>e</sup> édition

S A V O I R S    A C T U E L S

---

EDP Sciences/CNRS ÉDITIONS

# Table des matières

<b>Préface de la première édition</b>	<b>xiii</b>
<b>Avant-propos de la première édition</b>	<b>xv</b>
<b>Avant-propos de la deuxième édition</b>	<b>xix</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Structure de la matière . . . . .	1
1.1.1 Échelles de longueur : de la cosmologie aux particules élémentaires . . . . .	1
1.1.2 États de la matière . . . . .	3
1.1.3 Constituants élémentaires . . . . .	6
1.1.4 Interactions (ou forces) fondamentales . . . . .	8
1.2 Physique classique et physique quantique . . . . .	10
1.3 Un peu d'histoire . . . . .	14
1.3.1 Le rayonnement du corps noir . . . . .	14
1.3.2 L'effet photoélectrique . . . . .	17
1.4 Ondes et particules : interférences . . . . .	19
1.4.1 Hypothèse de de Broglie . . . . .	19
1.4.2 Diffraction et interférences avec des neutrons froids . . . . .	20
1.4.3 Interprétation des expériences . . . . .	23
1.4.4 Inégalités de Heisenberg I . . . . .	27
1.4.5 Interféromètre de Mach-Zehnder . . . . .	30
1.5 Niveaux d'énergie . . . . .	32
1.5.1 Niveaux d'énergie en mécanique classique et modèles classiques de l'atome . . . . .	32
1.5.2 L'atome de Bohr . . . . .	35
1.5.3 Ordres de grandeur en physique atomique . . . . .	37
1.6 Exercices . . . . .	39
1.7 Bibliographie . . . . .	45

<b>2</b>	<b>Mathématiques de la mécanique quantique I : dimension finie</b>	<b>47</b>
2.1	Espaces de Hilbert de dimension finie . . . . .	48
2.2	Opérateurs linéaires sur $\mathcal{H}$ . . . . .	49
2.2.1	Opérateurs linéaires, hermitiens, unitaires . . . . .	49
2.2.2	Projecteurs et notation de Dirac . . . . .	51
2.3	Décomposition spectrale des opérateurs hermitiens . . . . .	53
2.3.1	Diagonalisation d'un opérateur hermitien . . . . .	53
2.3.2	Diagonalisation d'une matrice $2 \times 2$ hermitienne . . . . .	55
2.3.3	Ensemble complet d'opérateurs compatibles . . . . .	56
2.3.4	Opérateurs unitaires et opérateurs hermitiens . . . . .	58
2.3.5	Fonctions d'un opérateur . . . . .	58
2.4	Exercices . . . . .	60
2.5	Bibliographie . . . . .	63
<b>3</b>	<b>Polarisation : photon et spin 1/2</b>	<b>65</b>
3.1	Polarisation de la lumière et polarisation d'un photon . . . . .	65
3.1.1	Polarisation d'une onde électromagnétique . . . . .	65
3.1.2	Polarisation d'un photon . . . . .	72
3.1.3	Cryptographie quantique . . . . .	78
3.2	Spin 1/2 . . . . .	81
3.2.1	Moment angulaire et moment magnétique en physique classique . . . . .	81
3.2.2	Expérience de Stern-Gerlach et filtres de Stern-Gerlach . . . . .	84
3.2.3	États de spin d'orientation arbitraire . . . . .	87
3.2.4	Rotation d'un spin 1/2 . . . . .	89
3.2.5	Dynamique et évolution temporelle . . . . .	95
3.3	Exercices . . . . .	98
3.4	Bibliographie . . . . .	103
<b>4</b>	<b>Postulats de la physique quantique</b>	<b>105</b>
4.1	Vecteurs d'état et propriétés physiques . . . . .	106
4.1.1	Principe de superposition . . . . .	106
4.1.2	Propriétés physiques et mesure . . . . .	108
4.1.3	Inégalités de Heisenberg II . . . . .	114
4.2	Évolution temporelle . . . . .	116
4.2.1	Équation d'évolution . . . . .	116
4.2.2	Opérateur d'évolution . . . . .	118
4.2.3	États stationnaires . . . . .	120
4.2.4	Inégalité de Heisenberg temporelle . . . . .	122
4.2.5	Points de vue de Schrödinger et de Heisenberg . . . . .	126
4.3	Approximations et modélisation . . . . .	128
4.4	Exercices . . . . .	130
4.5	Bibliographie . . . . .	137

<b>5</b>	<b>Systèmes à nombre de niveaux fini</b>	<b>139</b>
5.1	Chimie quantique élémentaire . . . . .	139
5.1.1	Molécule d'éthylène . . . . .	139
5.1.2	Molécule de benzène . . . . .	142
5.2	Résonance magnétique nucléaire (RMN) . . . . .	146
5.2.1	Spin 1/2 dans un champ magnétique périodique . . . . .	147
5.2.2	Oscillations de Rabi . . . . .	150
5.2.3	Principes de la RMN et de l'IRM . . . . .	152
5.3	La molécule d'ammoniac . . . . .	155
5.3.1	La molécule d'ammoniac comme système à deux niveaux	156
5.3.2	La molécule dans un champ électrique : le maser à ammoniac . . . . .	158
5.3.3	Transitions hors résonance . . . . .	163
5.4	Atome à deux niveaux . . . . .	166
5.4.1	Absorption et émission de photons . . . . .	166
5.4.2	Principes du laser . . . . .	170
5.5	Exercices . . . . .	173
5.6	Bibliographie . . . . .	176
<b>6</b>	<b>États intriqués</b>	<b>177</b>
6.1	Produit tensoriel de deux espaces vectoriels . . . . .	178
6.1.1	Définition et propriétés du produit tensoriel . . . . .	178
6.1.2	Système de deux spins 1/2 . . . . .	180
6.2	Opérateur statistique (ou opérateur densité) . . . . .	182
6.2.1	Définition et propriétés . . . . .	182
6.2.2	Opérateur statistique réduit . . . . .	185
6.2.3	Opérateur statistique pour un système à deux niveaux	190
6.2.4	Non-unicité de la préparation . . . . .	193
6.2.5	Dépendance temporelle de l'opérateur statistique . . . . .	195
6.2.6	Postulats . . . . .	197
6.3	Corrélations quantiques . . . . .	198
6.3.1	États de Bell et de Hardy . . . . .	198
6.3.2	Inégalités de Bell . . . . .	202
6.3.3	Contextualité . . . . .	207
6.4	Décohérence et mesure . . . . .	208
6.4.1	Définition de la décohérence . . . . .	208
6.4.2	Modèle pour l'émission spontanée . . . . .	211
6.4.3	Modèle de von Neumann pour la mesure . . . . .	212
6.4.4	Modèle de Zurek . . . . .	215
6.4.5	La réduction du paquet d'ondes . . . . .	218
6.5	Information quantique . . . . .	219
6.5.1	Théorème de non-clonage quantique . . . . .	219
6.5.2	Calcul quantique . . . . .	222
6.5.3	Téléportation quantique . . . . .	228

6.6	Exercices . . . . .	231
6.7	Bibliographie . . . . .	239
<b>7</b>	<b>Mathématiques de la mécanique quantique II :</b>	
	<b>dimension infinie</b>	<b>241</b>
7.1	Espaces de Hilbert . . . . .	241
	7.1.1 Définitions . . . . .	241
	7.1.2 Réalisations d'espaces séparables et de dimension infinie	243
7.2	Opérateurs linéaires sur $\mathcal{H}$ . . . . .	245
	7.2.1 Domaine et norme d'un opérateur . . . . .	245
	7.2.2 Conjugaison hermitienne . . . . .	247
7.3	Décomposition spectrale . . . . .	249
	7.3.1 Opérateurs hermitiens . . . . .	249
	7.3.2 Opérateurs unitaires . . . . .	252
7.4	Exercices . . . . .	253
7.5	Bibliographie . . . . .	254
<b>8</b>	<b>Symétries en physique quantique</b>	<b>255</b>
8.1	Transformation d'un état dans une opération de symétrie . . .	256
	8.1.1 Invariance des probabilités dans une opération de symétrie . . . . .	256
	8.1.2 Théorème de Wigner . . . . .	259
8.2	Générateurs infinitésimaux . . . . .	261
	8.2.1 Définitions . . . . .	261
	8.2.2 Lois de conservation . . . . .	263
	8.2.3 Relations de commutation des générateurs infinitésimaux . . . . .	264
8.3	Relations de commutation canoniques . . . . .	269
	8.3.1 Cas de la dimension $d = 1$ . . . . .	269
	8.3.2 Réalisation explicite et commentaires . . . . .	271
	8.3.3 L'opération parité . . . . .	272
8.4	Invariance galiléenne . . . . .	275
	8.4.1 Hamiltonien en dimension $d = 1$ . . . . .	275
	8.4.2 Hamiltonien en dimension $d = 3$ . . . . .	278
8.5	Exercices . . . . .	280
8.6	Bibliographie . . . . .	285
<b>9</b>	<b>Mécanique ondulatoire</b>	<b>287</b>
9.1	Diagonalisation de $X$ et de $P$ ; fonctions d'onde . . . . .	288
	9.1.1 Diagonalisation de $X$ . . . . .	288
	9.1.2 Réalisation dans $L_x^{(2)}(\mathbb{R})$ . . . . .	290
	9.1.3 Réalisation dans $L_p^{(2)}(\mathbb{R})$ . . . . .	292
	9.1.4 Inégalités de Heisenberg . . . . .	293
	9.1.5 Évolution du paquet d'ondes libre . . . . .	295

9.2	Équation de Schrödinger . . . . .	298
9.2.1	Hamiltonien de l'équation de Schrödinger . . . . .	298
9.2.2	Probabilité de présence et vecteur courant . . . . .	299
9.3	Résolution de l'équation de Schrödinger indépendante du temps	302
9.3.1	Généralités . . . . .	302
9.3.2	Réflexion et transmission par une marche de potentiel	304
9.3.3	États liés du puits carré . . . . .	306
9.3.4	Diffusion par un potentiel . . . . .	309
9.4	Potentiel périodique . . . . .	314
9.4.1	Théorème de Bloch . . . . .	314
9.4.2	Bandes d'énergie . . . . .	316
9.5	Mécanique ondulatoire en dimension $d = 3$ . . . . .	319
9.5.1	Généralités . . . . .	319
9.5.2	Espace de phase et densité de niveaux . . . . .	322
9.5.3	Règle d'or de Fermi . . . . .	325
9.6	Exercices . . . . .	329
9.7	Bibliographie . . . . .	337
<b>10</b>	<b>Moment angulaire</b>	<b>339</b>
10.1	Diagonalisation de $\vec{J}^2$ et de $J_z$ . . . . .	339
10.2	Matrices de rotation . . . . .	343
10.3	Moment angulaire orbital . . . . .	348
10.3.1	Opérateur moment angulaire orbital . . . . .	348
10.3.2	Propriétés des harmoniques sphériques . . . . .	352
10.4	Particule dans un potentiel central . . . . .	355
10.4.1	Équation d'onde radiale . . . . .	355
10.4.2	Atome d'hydrogène . . . . .	360
10.5	Distributions angulaires des désintégrations . . . . .	364
10.5.1	Rotations de $\pi$ , parité, réflexion par rapport à un plan	364
10.5.2	Transitions dipolaires . . . . .	366
10.5.3	Désintégrations : cas général . . . . .	371
10.6	Composition de deux moments angulaires . . . . .	373
10.6.1	Composition de deux spins $1/2$ . . . . .	373
10.6.2	Cas général : composition de deux moments angulaires $\vec{J}_1$ et $\vec{J}_2$ . . . . .	375
10.6.3	Composition des matrices de rotation . . . . .	378
10.6.4	Théorème de Wigner-Eckart (opérateurs scalaires et vectoriels) . . . . .	379
10.7	Exercices . . . . .	382
10.8	Bibliographie . . . . .	391

<b>11 Oscillateur harmonique</b>	<b>393</b>
11.1 L'oscillateur harmonique simple . . . . .	394
11.1.1 Opérateurs de création et d'annihilation . . . . .	394
11.1.2 Diagonalisation du hamiltonien . . . . .	395
11.1.3 Fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique . . . . .	398
11.2 États cohérents . . . . .	400
11.2.1 Définition et propriétés élémentaires . . . . .	400
11.2.2 Opérateurs de déplacement et de phase . . . . .	403
11.3 Quantification du champ électromagnétique . . . . .	407
11.3.1 Quantification d'un mode . . . . .	408
11.3.2 Cas général . . . . .	410
11.4 États du champ électromagnétique . . . . .	418
11.4.1 Fluctuations quantiques du champ électromagnétique . . . . .	418
11.4.2 Lames séparatrices et détection homodyne . . . . .	421
11.4.3 Hamiltonien de Jaynes-Cummings . . . . .	425
11.5 Mouvement dans un champ magnétique . . . . .	429
11.5.1 Invariance de jauge locale . . . . .	429
11.5.2 Champ magnétique uniforme : niveaux de Landau . . . . .	432
11.6 Exercices . . . . .	435
11.7 Bibliographie . . . . .	448
<b>12 Méthodes semi-classiques</b>	<b>449</b>
12.1 Propagateurs et fonctions de Green . . . . .	452
12.1.1 Propagateur de l'équation de Schrödinger . . . . .	452
12.1.2 Fonctions de Green . . . . .	453
12.1.3 Propagateur libre . . . . .	455
12.2 L'intégrale de Feynman-Kač . . . . .	456
12.2.1 Mouvement brownien et diffusion . . . . .	456
12.2.2 Propagateur euclidien et fonction de partition . . . . .	460
12.2.3 Intégrale de chemin de Feynman . . . . .	463
12.3 Applications de l'intégrale de chemin . . . . .	465
12.3.1 Oscillateur harmonique . . . . .	465
12.3.2 Intégrale de chemin en présence d'un champ magnétique . . . . .	467
12.3.3 L'effet Aharonov-Bohm . . . . .	470
12.4 L'approximation BKW . . . . .	473
12.4.1 Forme asymptotique de la fonction d'onde . . . . .	473
12.4.2 Formules de raccordement . . . . .	475
12.4.3 Phénomène de Stokes . . . . .	477
12.4.4 États liés . . . . .	479
12.4.5 Effet tunnel . . . . .	482
12.5 Mécanique quantique dans l'espace de phase . . . . .	485
12.5.1 Conditions pour une représentation dans l'espace de phase . . . . .	485
12.5.2 La distribution de Wigner . . . . .	488
12.5.3 Distribution de Wigner pour les états purs . . . . .	490

12.6	Théorème adiabatique et phases géométriques . . . . .	491
12.6.1	Un exemple . . . . .	491
12.6.2	Théorème adiabatique . . . . .	494
12.6.3	La phase géométrique . . . . .	496
12.7	Exercices . . . . .	498
12.8	Bibliographie . . . . .	508
<b>13</b>	<b>Théorie élémentaire de la diffusion</b>	<b>509</b>
13.1	Section efficace et amplitude de diffusion . . . . .	509
13.1.1	Sections efficaces différentielle et totale . . . . .	509
13.1.2	Amplitude de diffusion . . . . .	512
13.2	Ondes partielles et déphasages . . . . .	515
13.2.1	Développement en ondes partielles . . . . .	515
13.2.2	Diffusion à basse énergie . . . . .	519
13.2.3	Potentiel effectif . . . . .	523
13.2.4	Diffusion neutron-proton à basse énergie . . . . .	525
13.3	Diffusion inélastique . . . . .	527
13.3.1	Théorème optique . . . . .	527
13.3.2	Potentiel optique . . . . .	530
13.4	Développements formels . . . . .	531
13.4.1	Équation intégrale de la diffusion . . . . .	531
13.4.2	Diffusion d'un paquet d'ondes . . . . .	533
13.5	Exercices . . . . .	536
13.6	Bibliographie . . . . .	544
<b>14</b>	<b>Particules identiques</b>	<b>545</b>
14.1	Bosons et fermions . . . . .	546
14.1.1	Symétrie ou antisymétrie du vecteur d'état . . . . .	546
14.1.2	Spin et statistique . . . . .	552
14.2	Diffusion de particules identiques . . . . .	556
14.3	États collectifs de fermions . . . . .	559
14.3.1	Le gaz de Fermi à température nulle . . . . .	559
14.3.2	Opérateurs de création et d'annihilation . . . . .	561
14.3.3	Opérateurs de champ et hamiltonien . . . . .	564
14.3.4	Autres formes du hamiltonien . . . . .	568
14.4	États collectifs de bosons . . . . .	571
14.4.1	La condensation de Bose-Einstein . . . . .	571
14.4.2	L'équation de Gross-Pitaevskii . . . . .	575
14.4.3	L'approximation de Bogoliubov . . . . .	578
14.5	Exercices . . . . .	582
14.6	Bibliographie . . . . .	588

<b>15 Atomes à un électron</b>	<b>589</b>
15.1 Méthodes d'approximation . . . . .	589
15.1.1 Généralités . . . . .	589
15.1.2 Cas d'une valeur propre simple de $H_0$ . . . . .	591
15.1.3 Cas d'un niveau dégénéré . . . . .	592
15.1.4 Méthode variationnelle . . . . .	593
15.2 Atomes à un électron . . . . .	595
15.2.1 Niveaux d'énergie en l'absence de spin . . . . .	595
15.2.2 Structure fine . . . . .	595
15.2.3 Effet Zeeman . . . . .	598
15.2.4 Structure hyperfine . . . . .	600
15.3 Interaction atome-champ électromagnétique . . . . .	602
15.3.1 Théorie semi-classique . . . . .	602
15.3.2 Approximation dipolaire . . . . .	604
15.3.3 Effet photoélectrique . . . . .	606
15.3.4 Champ électromagnétique quantifié : émission spontanée	609
15.3.5 Décohérence par émission de photons . . . . .	614
15.4 Corrélations de photons . . . . .	617
15.4.1 Détection de photons et fonctions de corrélation . . . . .	617
15.4.2 Cohérences . . . . .	620
15.4.3 Expérience de Hanbury Brown et Twiss . . . . .	623
15.5 Manipulation d'atomes par laser . . . . .	626
15.5.1 Équations de Bloch optiques . . . . .	626
15.5.2 Forces dissipatives et forces réactives . . . . .	630
15.5.3 Refroidissement Doppler . . . . .	632
15.5.4 Piège magnéto-optique . . . . .	638
15.6 Exercices . . . . .	639
15.7 Bibliographie . . . . .	649
<b>16 Atomes complexes et molécules</b>	<b>651</b>
16.1 L'atome à deux électrons . . . . .	651
16.1.1 L'état fondamental de l'atome d'hélium . . . . .	651
16.1.2 États excités de l'atome d'hélium . . . . .	654
16.2 Modèle en couches de l'atome . . . . .	656
16.2.1 Potentiel effectif . . . . .	656
16.2.2 Couplage spin-orbite . . . . .	658
16.3 Molécules diatomiques . . . . .	660
16.3.1 Fonctions d'onde électroniques . . . . .	660
16.3.2 Niveaux de rotation-vibration . . . . .	663
16.4 Exercices . . . . .	664
16.5 Bibliographie . . . . .	668

<b>17 Systèmes quantiques ouverts</b>	<b>669</b>
17.1 Superopérateurs . . . . .	671
17.1.1 Représentation de Kraus . . . . .	671
17.1.2 Modèle pour l'amortissement de phase . . . . .	675
17.2 Équations pilotes : la forme de Lindblad . . . . .	677
17.2.1 L'approximation markovienne . . . . .	677
17.2.2 L'équation de Lindblad . . . . .	679
17.2.3 Exemple : l'oscillateur harmonique amorti . . . . .	681
17.3 Couplage à un bain thermique d'oscillateurs . . . . .	683
17.3.1 Équations d'évolution exactes . . . . .	683
17.3.2 Dédution de l'équation pilote . . . . .	685
17.3.3 Relaxation d'un système à deux niveaux . . . . .	688
17.3.4 Mouvement brownien quantique . . . . .	691
17.3.5 Décohérence d'un paquet d'ondes . . . . .	696
17.4 Exercices . . . . .	697
17.5 Bibliographie . . . . .	704
<b>Appendice A : Théorème de Wigner et renversement du temps</b>	<b>705</b>
A.1 Démonstration du théorème . . . . .	706
A.2 Renversement du sens du temps . . . . .	708
<b>Appendice B : Méthode de Wigner et Weisskopf</b>	<b>715</b>
<b>Appendice C : Constantes physiques</b>	<b>721</b>
<b>Références</b>	<b>723</b>
<b>Index</b>	<b>733</b>



# Préface de la première édition

LA NAISSANCE DE LA PHYSIQUE QUANTIQUE date d'un siècle et cette description des phénomènes physiques, qui a transformé notre vision du monde, n'est toujours pas remise en cause, ce qui est exceptionnel pour une théorie scientifique. Ses prédictions ont toujours été vérifiées par l'expérience avec une précision impressionnante. Les concepts fondamentaux, comme les amplitudes de probabilité, les superpositions linéaires d'états, qui semblent si étranges pour notre intuition lorsqu'on les rencontre pour la première fois, restent toujours essentiels. Une évolution importante s'est cependant manifestée au cours des dernières décennies. Les progrès spectaculaires des techniques d'observation, des méthodes de manipulation des atomes, permettent maintenant de réaliser des expériences si délicates qu'elles n'étaient considérées que comme des « expériences de pensée » par les pères fondateurs de la mécanique quantique. L'existence de corrélations quantiques « non séparables », qui est à la base du « paradoxe » de Einstein–Podolsky–Rosen et qui viole les fameuses inégalités de Bell, a pu être confirmée expérimentalement avec une grande précision. Les états « intriqués » de deux systèmes, qui manifestent de telles corrélations quantiques, sont mieux compris, et sont même utilisés pour des applications concrètes, comme la cryptographie quantique. L'intrication d'un appareil de mesure avec son environnement se révèle une piste intéressante pour une meilleure compréhension du processus de mesure.

Parallèlement à ces progrès conceptuels, on assiste également à une invasion de notre monde quotidien par des dispositifs dont le principe de fonctionnement repose sur des phénomènes quantiques. Les sources laser qui sont utilisées pour la lecture des disques compacts, l'ophtalmologie ou les télécommunications optiques, sont basées sur l'amplification de lumière par des systèmes atomiques dont les populations sont inversées. La résonance magnétique des noyaux des atomes est couramment utilisée dans les hôpitaux pour prendre des images de plus en plus précises des organes du corps humain. Des millions de transistors sont inclus dans les puces qui permettent à nos ordinateurs d'effectuer des opérations à des vitesses prodigieuses.

Il est donc clair qu'un enseignement moderne de la physique quantique doit tenir compte de ces développements, pour donner à l'étudiant ou au chercheur qui désire s'instruire une image plus précise des progrès réalisés et pour accroître sa motivation de mieux comprendre des phénomènes physiques dont

l'importance conceptuelle et pratique est de plus en plus évidente. C'est ce défi qu'essaie de relever avec succès Michel Le Bellac dans le présent ouvrage.

Chacun des 14 chapitres de ce livre contient en effet, en plus d'un exposé clair et concis des notions de base, de nombreuses discussions présentant des développements conceptuels ou expérimentaux très récents, qui permettent au lecteur de se faire une idée précise des avancées de la discipline et de ses grandes tendances d'évolution. Le chapitre 6 sur les états intriqués est bien caractéristique d'un tel choix de présentation. Au lieu de mettre l'accent sur les propriétés mathématiques du produit tensoriel de deux espaces d'états, ce qui est un peu austère et rébarbatif, ce chapitre préfère centrer la discussion sur la notion d'intrication, et introduire de nombreux exemples de développements théoriques et expérimentaux (dont certains sont très nouveaux) : inégalités de Bell, tests de ces inégalités, en particulier les plus récents utilisant la conversion paramétrique, les états GHZ (Greenberger, Horne, Zeilinger), la notion de décohérence illustrée par des expériences modernes d'électrodynamique quantique en cavité, et qui sera reprise plus en détail dans une annexe, la téléportation. Comme on le voit, il est difficile d'imaginer une immersion plus complète dans l'un des domaines les plus actifs actuellement de la physique quantique. De nombreux exemples de présentation moderne peuvent être donnés à propos d'autres chapitres : interférences d'ondes de de Broglie réalisées avec des neutrons lents ou des atomes refroidis par laser ; microscopie à effet tunnel ; fluctuations du champ quantique et effet Casimir ; transformations de jauge non abéliennes ; équations de Bloch optiques ; forces radiatives exercées par des faisceaux laser sur les atomes ; piège magnéto-optique ; oscillations de Rabi dans le vide d'une cavité, etc.

Je suis vraiment admiratif devant l'effort fait par l'auteur pour donner à son lecteur une vision si moderne et si attrayante de la physique quantique. Certes, les développements décrits ne peuvent pas toujours être analysés en grand détail, et le lecteur devra fournir un effort personnel pour parvenir à une compréhension plus approfondie du sujet étudié. Il sera aidé en cela par la bibliographie détaillée qu'il trouvera, soit au cours du chapitre sous forme de notes en bas de page, soit à la fin de chaque chapitre. Je suis convaincu qu'un tel ouvrage permettra une meilleure compréhension de la physique quantique et stimulera un plus grand intérêt pour cette discipline aussi centrale. Je remercie Michel Le Bellac pour cette contribution importante qui va certainement donner une image plus vivante de la physique.

Claude Cohen-Tannoudji

# Avant-propos de la première édition

CE LIVRE EST ISSU DE COURS DONNÉS À NICE DANS LES ANNÉES 1970–1980, en maîtrise de physique et en DEUG MP deuxième année, et plus récemment en licence et en maîtrise de physique. Les dix premiers chapitres correspondent à un cours de base de mécanique quantique niveau licence et les quatre derniers chapitres peuvent servir comme complément de cours en maîtrise, par exemple pour un cours de physique atomique. Le livre contient environ 130 exercices de longueur et de difficulté variées; plus des trois quarts de ces exercices ont été effectivement utilisés pour des séances de travaux dirigés ou des examens. Les corrigés d’une sélection de ces exercices sont disponibles sur le site web [http://livres.edpsciences.org/livres/sa\\_physique\\_quantique/](http://livres.edpsciences.org/livres/sa_physique_quantique/)

En plus des étudiants de second cycle et des Écoles d’Ingénieurs, ce livre est susceptible d’intéresser un large public de physiciens : étudiants de DEA ou de thèse, chercheurs, enseignants du second degré ou du supérieur souhaitant rafraîchir leurs connaissances en physique quantique. Il contient des développements récents qui ne figurent pas dans les manuels classiques : états intriqués, cryptographie et calcul quantiques, expériences sur la décohérence, interaction d’un champ laser avec un atome à deux niveaux, fluctuations quantiques du champ électromagnétique, manipulation d’atomes par laser, etc., ainsi qu’en annexe un exposé succinct des idées actuelles sur la mesure en mécanique quantique.

L’organisation du livre diffère profondément de celle des textes classiques, qui prennent tous comme point de départ l’équation de Schrödinger et l’étudiant dans diverses configurations, ce qui oblige à exposer les principes de base de la mécanique quantique dans un cas qui n’est pas le plus simple et a l’inconvénient de masquer ces principes par des calculs souvent fastidieux. Je me suis efforcé au contraire de présenter les fondements de la mécanique quantique sur les exemples les plus simples et l’équation de Schrödinger apparaît seulement au chapitre 9. L’approche suivie consiste à mener jusqu’à à son terme la logique qu’avait adoptée Feynman (Feynman *et al.* [1965]) : développer au maximum une approche algébrique et exploiter les symétries,

en présentant la mécanique quantique dans son cadre autonome, sans faire référence à la physique classique. Cette logique a de nombreux avantages.

- L'approche algébrique permet de traiter des problèmes simples dans des espaces de dimension finie, par exemple de dimension deux : polarisation d'un photon, spin 1/2, atome à deux niveaux. . .
- Cette approche permet d'énoncer de la façon la plus claire les postulats de la mécanique quantique, en séparant ce qui est fondamental de ce qui ne l'est pas (par exemple le principe de correspondance n'est pas un postulat fondamental).
- L'exploitation des propriétés de symétrie permet l'introduction la plus générale des grandeurs physiques fondamentales : impulsion, moment angulaire. . . comme générateurs infinitésimaux de ces symétries, sans faire appel au principe de correspondance et à un analogue classique.
- Un dernier avantage est que le lecteur qui souhaite s'initier aux développements récents de l'information quantique peut se limiter aux six premiers chapitres. On peut parfaitement comprendre les bases de la cryptographie quantique sans être passé au préalable par le développement de la fonction d'onde en harmoniques sphériques et la résolution de l'équation de Schrödinger dans un potentiel central !

Les aspects pédagogiques ont fait l'objet d'une attention particulière. La progression des chapitres a été soigneusement étudiée, les premiers chapitres utilisant uniquement les espaces de dimension finie ; c'est seulement une fois les bases acquises que l'on passe au cas général à partir du chapitre 7, tandis que les chapitres 11 à 14 et les annexes font appel à des techniques plus avancées qui pourront intéresser les physiciens professionnels. Un effort a été porté sur le vocabulaire, afin d'éviter certaines expressions historiquement datées et qui peuvent être un obstacle à la compréhension de la mécanique quantique : suivant la modernisation du vocabulaire préconisée par Lévy-Leblond, « grandeur physique » est utilisé au lieu d'« observable », « inégalité de Heisenberg » au lieu de « principe d'incertitude », des expressions comme « complémentarité » ou « dualité onde-corpuscule » ont été évitées, etc.<sup>1</sup>

Les chapitres clés du livre, c'est-à-dire ceux qui divergent de la façon la plus évidente de l'exposé traditionnel, sont les chapitres 3, 4, 5, 6, et 8. Le chapitre 3 introduit l'espace des états sur l'exemple de la polarisation des photons et montre comment passer d'une amplitude ondulatoire à une amplitude de probabilité. Le spin 1/2 introduit d'emblée le lecteur à un problème sans analogue classique (ou si peu. . .). Les propriétés essentielles du spin 1/2 (algèbre des matrices de Pauli, matrices de rotation. . .) sont obtenues à partir des

---

1. J.-M. Lévy-Leblond « Mots et maux de la physique quantique » *Bull. U. Phys.* **816**, 1129 (1999).

deux seules hypothèses : (1) la dimension deux de l'espace des états ; (2) l'invariance par rotation. La précession de Larmor du spin quantique permet d'introduire l'équation d'évolution. Ce chapitre prépare le lecteur à l'énoncé des postulats de la mécanique quantique au chapitre suivant : il lui est possible dans chaque cas d'illustrer ces postulats de façon concrète en revenant aux exemples du chapitre 3. La distinction entre le cadre conceptuel général de la mécanique quantique et la modélisation d'un problème concret est soigneusement expliquée. Le chapitre 5 met en pratique la mécanique quantique sur des applications simples et physiquement importantes, dans le cas de systèmes dont le nombre de niveaux est fini, avec comme cas particulier la diagonalisation d'un hamiltonien en présence d'une symétrie périodique. Ce chapitre introduit également sur l'exemple de la molécule d'ammoniac l'interaction d'un système à deux niveaux atomique ou moléculaire avec un champ électromagnétique et les notions fondamentales d'émission et d'absorption.

Le chapitre 6 est consacré aux états intriqués. On s'est rendu compte de l'importance de ces états depuis le début des années 1980, mais ils sont ignorés par la plupart des manuels, à l'exception notable de celui de Basdevant et Dalibard [2001]. Ce chapitre traite aussi bien des applications fondamentales : inégalités de Bell, interférences à deux photons, théorie de la mesure, que des applications concrètes potentielles à l'information quantique. Le chapitre 8 a comme objectif l'étude des symétries à partir du théorème de Wigner, qui est généralement ignoré des manuels malgré son importance cruciale. La symétrie de rotation permet de définir le moment angulaire comme générateur infinitésimal, et de démontrer immédiatement les relations de commutation de  $\vec{J}$  en soulignant leur origine géométrique. Les relations de commutation canoniques de  $X$  et  $P$  sont déduites de l'identification de l'impulsion comme générateur infinitésimal des translations. Enfin, on obtient la forme la plus générale du hamiltonien compatible avec l'invariance galiléenne, moyennant une hypothèse sur la loi de transformation de la vitesse. Ce hamiltonien sera réinterprété ultérieurement dans le cadre de l'invariance de jauge locale.

Les autres chapitres peuvent se résumer comme suit. Le chapitre 1 poursuit un triple objectif : (1) introduire des notions de base de physique microscopique auxquelles il sera fait appel dans la suite du livre ; (2) introduire le comportement des particules quantiques, la conventionnelle « dualité onde-corpuscule » ; (3) à l'aide de l'atome de Bohr, expliquer simplement la notion de niveau d'énergie et de spectre de niveaux. Le chapitre 2 présente les notions essentielles sur l'espace de Hilbert dans le cas de la dimension finie. Le chapitre 7 donne quelques indications sur les espaces de Hilbert de dimension infinie ; le but n'est évidemment pas de traiter les mathématiques de façon rigoureuse, mais de prévenir le lecteur de certaines difficultés de la dimension infinie.

Les six derniers chapitres sont consacrés à des applications plus classiques. Le chapitre 9 présente la mécanique ondulatoire et ses applications usuelles (effet tunnel, états liés du puits carré, potentiel périodique...). Les relations

de commutation du moment angulaire ayant été établies au chapitre 8, le chapitre 10 débute par la construction des états propres de  $\vec{J}^2$  et  $J_z$  et se termine par le théorème de Wigner-Eckart pour les opérateurs vectoriels. Le chapitre 11 développe la théorie de l'oscillateur harmonique et celle du mouvement dans un champ magnétique constant, ce qui est l'occasion de donner quelques explications sur l'invariance de jauge locale. Une section importante traite des champs quantifiés : champ de vibrations et phonons, champ électromagnétique et ses fluctuations quantiques. Les chapitres 12 et 13 sont consacrés à la diffusion et aux particules identiques. Enfin le chapitre 14 est une brève introduction à la physique de l'atome à un électron, l'objectif principal étant de calculer les forces sur un atome à deux niveaux placé dans le champ d'un laser et d'en discuter les applications, dont le refroidissement Doppler et les pièges magnéto-optiques.

Les annexes contiennent des sujets qui sont techniquement un peu plus exigeants. La démonstration du théorème de Wigner et l'opération de renversement du sens du temps sont expliquées en détail. Des compléments sur la théorie et les expériences sur la décohérence et une discussion des idées actuelles sur la mesure se trouvent dans l'annexe B. Enfin l'annexe C contient une discussion de la méthode de Wigner et Weisskopf pour les états instables.

**Remerciements.** J'ai bénéficié des critiques et suggestions de Pascal Baldi, Jean-Pierre Farges, Yves Gabellini, Thierry Grandou, Jacques Joffrin, Christian Miniatura et tout particulièrement de Michel Brune (à qui je suis aussi redevable des figures 6.9, B.1 et B.2), Jean Dalibard, Fabrice Mortessagne, Jean-Pierre Romagnan et François Rocca qui ont lu de larges extraits, ou parfois même l'intégralité du manuscrit. Je remercie également David Wilkowski qui a inspiré le texte de plusieurs exercices du chapitre 14. Je suis bien entendu entièrement responsable du texte final. L'aide de Karim Bernardet et de Fabrice Mortessagne, qui m'a initié à XFIG et installé le logiciel, a été décisive dans la réalisation des figures, et je tiens à remercier Christian Taggiasco pour sa compétence et sa disponibilité dans l'installation et la maintenance de l'ensemble des logiciels nécessaires. Enfin ce livre n'aurait pas vu le jour sans les encouragements et le soutien sans faille de Michèle Leduc, et je suis très reconnaissant à Claude Cohen-Tannoudji qui a bien voulu le préfacer.

Nice, mars 2003  
Michel Le Bellac

N.B. Cet ouvrage utilise le point décimal.

# Avant-propos de la deuxième édition

J'AI SOUHAITÉ FAIRE DE CETTE SECONDE ÉDITION un ouvrage qui puisse servir aussi bien de manuel d'enseignement que de référence (ou du moins d'introduction à la littérature) pour des sujets qui ont pris aujourd'hui une grande importance : états intriqués, décohérence, information quantique, états du champ électromagnétique, intégrale de chemin, atomes froids, condensats de Bose-Einstein, équations pilotes pour les systèmes ouverts, etc. Cette seconde édition, contrairement à la première qui était avant tout un livre d'enseignement, couvre une trop grande variété de sujets pour qu'elle puisse encore correspondre à un cours de première année de master (M1). Un guide de lecture est proposé au lecteur afin de lui permettre de s'orienter dans un cours d'introduction à la mécanique quantique.

Je résume maintenant les principales différences par rapport à la première édition. J'ai complété le chapitre 1 par une sous-section 1.4.5 sur les lames séparatrices et l'interféromètre de Mach-Zehnder. Le chapitre 5 (Systèmes à nombre de niveaux fini) a été remanié : une nouvelle section (5.2) est consacrée à la RMN, comme exemple d'application des oscillations de Rabi, et une courte sous-section (5.4.2) expose le principe du laser. Le chapitre 6 (États intriqués) a été réécrit à 80 %. La théorie de l'opérateur statistique (ou densité) a été considérablement développée, ainsi que celles de la décohérence et de la mesure. La section 6.5 sur l'informatique quantique a été complétée par une analyse détaillée du théorème de non-clonage quantique et de l'algorithme de recherche de Grover. Dans le chapitre 9 (Mécanique ondulatoire), j'ai supprimé plusieurs passages sur les puits et barrières de potentiel en crêneau. Le chapitre 11 (Oscillateur harmonique) a été complété par une discussion détaillée des états cohérents, de la quantification et des états du champ électromagnétique et par des applications : détection homodyne, électrodynamique en cavité. Le chapitre 12 (Méthodes semi-classiques) est entièrement nouveau. Il traite de l'intégrale de chemin, aussi bien dans son aspect temps réel que temps euclidien, de la méthode BKW, de la distribution de Wigner et de la phase géométrique. On trouve maintenant dans le chapitre 14 (Particules identiques, ancien chapitre 13) une introduction à la « seconde quantification » ainsi qu'aux condensats de Bose-Einstein. Une section (15.4)



### Physique statistique hors d'équilibre

#### Processus irréversibles linéaires

Noëlle Pottier

*Le champ de la physique statistique hors d'équilibre est extrêmement vaste, et met en oeuvre des échelles très éloignées, depuis le nanomonde jusqu'aux structures cosmologiques. L'une des difficultés de la physique statistique de ces systèmes réside dans le fait que l'on ne dispose pas d'approche unifiée. L'ambition de ce livre est de dégager, à propos des systèmes physiques divers, quelques idées centrales communes aux différentes approches utilisées.*

• 2007 • 978-2-86883-934-3 • 544 pages • 49 €



### Transitions de phase et groupe de renormalisation

Jean Zinn-Justin

*Le but de cet ouvrage est de familiariser le lecteur avec un concept, le groupe de renormalisation, concept qui permet d'expliquer les propriétés universelles de quantité de systèmes physique.*

• 2005 • 2-86883-790-5 • 512 pages • 45 €



### Les surfaces solides: concepts et méthodes

Stéphane Andrieu et Pierre Müller

*Le livre présente une large vision de la physique des surfaces solides, depuis les concepts thermodynamiques de base, jusqu'à la surface "échange" entre cristal et environnement. Des exercices de difficultés variables complètent le cours. Cet ouvrage est destiné aux étudiants de Maîtrise, de 3<sup>e</sup> cycle de physique ou de chimie de la matière condensée, et aux ingénieurs.*

• 2005 • 2-86883-773-5 • 536 pages • 49 €



### Einstein aujourd'hui

Alain Aspect, François Bouchet, Éric Brunet, Claude Cohen-Tannoudji, Jean Dalibard, Thibault Damour, Olivier Darrigol, Bernard Derrida, Philippe Grangier, Franck Laloë et Jean-Paul Pocholle

*Ce livre a pour objectif de montrer combien les idées d'Einstein continuent à inspirer la science de ce début du XXI<sup>e</sup> siècle. Il contient sept contributions : une introduction historique et six articles retraçant les travaux les plus importants d'Einstein et leur impact sur la physique d'aujourd'hui. Ce livre s'inscrit dans le cadre de l'année 2005, année mondiale de la physique.*

• 2005 • 2-86883-790-5 • 512 pages • 45 €



### Physique des solitons

Michel Peyrard et Thierry Dauxois

*Dans cet ouvrage, les fondements de la physique des solitons sont introduits à partir d'exemples de la physique macroscopique. Les principales méthodes théoriques sont ensuite abordées, avant la présentation détaillée de nombreuses applications consacrées à des problèmes microscopiques de la physique des solides ou des macromolécules biologiques.*

• 2004 • 2-86883-732-8 • 426 pages • 42 €



### Physique mésoscopique des électrons et des photons

Eric Akkermans et Gilles Montambaux

*Cet ouvrage propose une présentation générale du problème de la propagation des ondes dans les milieux aléatoires, en considérant les phénomènes physiques pour lesquels les effets d'interférences quantiques jouent un rôle essentiel. Il représente une solide introduction à la physique mésoscopique.*

• 2004 • 2-86883-712-3 • 644 pages • 52 €

## **Intégrale de chemin en mécanique quantique : Introduction**

*Jean Zinn-Justin*

• 2003 • 2-86883-660-7 • 316 pages • 48 €

## **Lasers - Interaction lumière-atomes**

*Bernard Cagnac et Jean-Pierre Faroux*

• 2002 • 2-86883-528-7 • 528 pages • 53 €

## **Hydrodynamique physique - Nouvelle édition, revue et augmentée**

*Étienne Guyon, Jean-Pierre Hulin et Luc Petit*

• 2001 • 2-86883-502-3 • 640 pages • 54 €

## **Théorie des formes de croissance - Digitations, dendrites et flammes**

*Pierre Pelcé*

• 2000 • 2-86883-477-9 • 394 pages • 39 €

## **Magnétisme et supraconductivité**

*Laurent-Patrick Lévy*

• 1997 • 2-86883-380-2 • 480 pages • 49 €

## **Processus d'interaction entre photons et atomes**

*Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc et Gilbert Grynberg*

• 1996 • 2-86883-358-6 • 648 pages • 59 €

## **Analyse continue par ondelettes**

*Bruno Torrèsani*

• 1995 • 2-86883-377-2 • 256 pages • 30 €

## **Physique des plasmas (Vol. I et Vol. II)**

*Jean-Loup Delcroix et Abraham Bers*

*Vol. I* : • 1994 • 2-86883-368-3 • 416 pages • 39 €

*Vol. II* : • 1994 • 2-86883-369-1 • 532 pages • 49 €

## **Des phénomènes critiques aux champs de jauge**

**Une introduction aux méthodes et aux applications de la théorie quantique des champs**

*Michel Le Bellac*

• 1988 • 2-86883-359-4 • 640 pages • 59 €

## **Photons et atomes - Introduction à l'électrodynamique quantique**

*Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc et Gilbert Grynberg*

• 1987 • 2-86883-535-X • 492 pages • 46 €