

# Table des matières

<b>Première partie : introduction aux réseaux bayésiens</b>	<b>1</b>
<b>1 Approche intuitive</b>	<b>3</b>
1.1 Une représentation graphique de la causalité . . . . .	3
1.1.1 Circulation de l'information dans un graphe causal	4
▶ Un exemple . . . . .	5
▶ Le cas général . . . . .	6
1.1.2 D-séparation (blocage) . . . . .	7
1.1.3 Conclusion . . . . .	10
1.2 Une représentation probabiliste associée . . . . .	11
1.2.1 Transposition . . . . .	11
▶ Définition des probabilités . . . . .	12
1.2.2 Premier exemple : validité de la formalisation probabiliste . . . . .	12
▶ Modélisation . . . . .	12
▶ Discussion . . . . .	14
1.2.3 Deuxième exemple : dépendances et indépendances	17
▶ Modélisation . . . . .	17
▶ Utilisation du modèle . . . . .	18
▶ Circuits d'information et indépendances . . . . .	20
1.2.4 Les réseaux bayésiens . . . . .	21
▶ Définition . . . . .	21
▶ Propriétés . . . . .	22
▶ Utilisation et difficultés . . . . .	22

---

<b>2</b>	<b>Introduction aux algorithmes</b>	<b>25</b>
2.1	Inférence . . . . .	25
2.1.1	Approche intuitive . . . . .	26
	▶ Chaînes . . . . .	27
	▶ Arbres . . . . .	28
	▶ Polyarbres . . . . .	28
2.1.2	Cas général . . . . .	28
	▶ Conditionnement . . . . .	30
	▶ Arbre de jonction . . . . .	31
	▶ Méthodes approchées . . . . .	32
2.2	Apprentissage . . . . .	32
2.2.1	Apprentissage de paramètres . . . . .	34
	▶ Cas général . . . . .	35
2.2.2	Apprentissage de structure . . . . .	36
	▶ Critère . . . . .	36
	▶ Recherche : structures contraintes . . . . .	37
	▶ Recherche : le cas général . . . . .	38
2.3	Modèles continus . . . . .	38
2.4	Liens avec d'autres méthodes . . . . .	39
<b>3</b>	<b>Exercices</b>	<b>41</b>
3.1	Pour commencer . . . . .	42
3.1.1	Daltonisme . . . . .	42
3.1.2	Langues orientales . . . . .	42
3.1.3	Détection d'une maladie animale . . . . .	42
3.1.4	Provenance d'un composant . . . . .	43
3.2	Grands classiques . . . . .	43
3.2.1	Jet de deux dés . . . . .	43
3.2.2	Trois coffres . . . . .	43
3.2.3	Trois prisonniers . . . . .	43
3.2.4	Meurtres en Floride . . . . .	44

3.3	Cas tests . . . . .	44
3.3.1	Diagnostics médicaux contradictoires . . . . .	44
3.3.2	Contrôles antidopage . . . . .	45
3.3.3	Fiabilité d'un système . . . . .	45
3.3.4	Détection d'incendie . . . . .	46
3.3.5	Au tribunal . . . . .	46
3.3.6	Gestion d'un parc de véhicules . . . . .	46
3.4	Plus difficiles . . . . .	47
3.4.1	Âges . . . . .	47
3.4.2	Décision de justice . . . . .	47
3.4.3	Modèle génétique . . . . .	47
3.4.4	Contrôle d'un procédé . . . . .	48
3.4.5	Jeu télévisé . . . . .	48
3.4.6	Mesure de température . . . . .	49
3.4.7	Durée de vie d'une ampoule électrique . . . . .	49
3.4.8	Mesure d'une superficie . . . . .	50
3.4.9	Réseau électrique . . . . .	50
3.5	Aide à la décision . . . . .	50
3.5.1	Dilemme... cornélien . . . . .	50
3.5.2	Parapluie . . . . .	51
3.5.3	Tournoi de tennis . . . . .	51
3.6	Exercices théoriques . . . . .	52
3.6.1	Pouvoir de modélisation des réseaux bayésiens . . . . .	52
3.6.2	Apprentissage de probabilités . . . . .	53
3.6.3	Indépendances 2 à 2 . . . . .	53
3.7	Commentaires et solutions des exercices . . . . .	53
	<b>Deuxième partie : cadre théorique et algorithmes</b>	<b>71</b>
4	<b>Modèles graphiques et indépendances</b>	<b>73</b>
4.1	Graphoïdes . . . . .	74

4.1.1	Modèles d'indépendance . . . . .	74
4.1.2	Semi-graphoïde et graphoïde . . . . .	74
4.2	Modèle d'indépendance et loi de probabilité . . . . .	76
4.3	Modèles d'indépendance et séparation dans les graphes . .	78
4.4	Modèles non orientés : réseaux de Markov . . . . .	80
4.4.1	Définition . . . . .	80
4.4.2	Séparation et indépendances : propriétés de Markov	81
4.4.3	Réseaux de Markov et factorisation . . . . .	82
4.4.4	Limites . . . . .	83
4.5	Modèles orientés : réseaux bayésiens . . . . .	84
4.5.1	Définitions . . . . .	84
4.5.2	Propriétés de Markov dans les graphes orientés . .	86
4.5.3	Réseaux bayésiens et factorisation . . . . .	87
4.5.4	Limites . . . . .	89
4.6	Pourquoi des arcs plutôt que des arêtes ? . . . . .	90
4.6.1	Factorisation . . . . .	90
4.6.2	Sémantique et causalité . . . . .	91
4.6.3	Pragmatisme . . . . .	92
<b>5</b>	<b>Propagations</b>	<b>93</b>
5.1	Propagation par messages locaux dans un arbre . . . . .	94
5.1.1	Décomposition de l'information . . . . .	95
	▶ Calcul de $\lambda(x)$ . . . . .	97
	▶ Calcul des $\pi(x)$ . . . . .	98
	▶ Synthèse et écriture itérative . . . . .	99
	▶ Cas des racines, des feuilles et des nœuds informés	102
5.1.2	Algorithme de propagation : <i>polytree propagation</i> . .	103
5.2	Conditionnement global . . . . .	104
5.2.1	Principe de la coupe . . . . .	104
5.2.2	Propagation conditionnée . . . . .	105
5.3	Arbre de jonction . . . . .	106

5.3.1	Moralisation et Triangulation . . . . .	106
5.3.2	Propagation dans l'arbre de jonction . . . . .	110
5.4	Méthodes approchées . . . . .	111
5.4.1	Méthodes exactes sur des topologies approchées . . . . .	111
5.4.2	Méthodes stochastiques . . . . .	112
	▶ Connaissance parfaite de la loi à simuler . . . . .	113
	▶ Connaissance imparfaite de la loi à simuler . . . . .	113
<b>6</b>	<b>Apprentissage</b>	<b>117</b>
6.1	Apprentissage des paramètres . . . . .	118
6.1.1	À partir de données complètes . . . . .	118
	▶ Apprentissage statistique . . . . .	118
	▶ Apprentissage bayésien . . . . .	120
6.1.2	À partir de données incomplètes . . . . .	121
	▶ Nature des données manquantes . . . . .	121
	▶ Traitement des données MCAR . . . . .	122
	▶ Traitement des données MAR . . . . .	122
	▶ Apprentissage statistique et algorithme EM . . . . .	122
	▶ Apprentissage bayésien et algorithme EM . . . . .	125
6.1.3	Incorporation de connaissances . . . . .	126
	▶ Comment demander à un expert d'estimer une probabilité? . . . . .	126
	▶ Quelles probabilités estimer? . . . . .	127
	▶ Comment fusionner les avis de plusieurs experts? . . . . .	130
6.2	Apprentissage de la structure . . . . .	131
6.2.1	Introduction . . . . .	131
6.2.2	Hypothèses . . . . .	132
6.2.3	Notion d'équivalence de Markov . . . . .	133
6.2.4	Recherche d'indépendances conditionnelles . . . . .	136
	▶ Tests d'indépendance conditionnelle . . . . .	137
	▶ Algorithmes PC et IC . . . . .	139

	▶ Quelques améliorations . . . . .	144
6.2.5	Algorithmes basés sur un score . . . . .	144
	▶ Les scores possibles . . . . .	145
	▶ Déterminer un <i>a priori</i> sur les structures . . . . .	148
	▶ Pourquoi chercher la meilleure structure ? . . . . .	149
	▶ Recherche dans l'espace des réseaux bayésiens . . . . .	149
	▶ Algorithmes basés sur un score et données incomplètes . . . . .	158
	▶ Recherche dans l'espace des classes d'équivalence de Markov . . . . .	161
6.2.6	Méthodes hybrides . . . . .	170
6.2.7	Incorporation de connaissances . . . . .	171
	▶ Structures de réseaux bayésiens pour la classification . . . . .	172
	▶ Structures de réseaux bayésiens avec variables latentes . . . . .	175
	▶ Autres structures particulières . . . . .	176
6.2.8	Découverte de variables latentes . . . . .	177
	▶ Recherche d'indépendances conditionnelles . . . . .	177
	▶ Algorithmes basés sur un score . . . . .	179
6.2.9	Cas particulier des réseaux bayésiens causaux . . . . .	179
	▶ Définition . . . . .	180
	▶ Apprentissage sans variables latentes . . . . .	180
	▶ Apprentissage avec variables latentes . . . . .	182

### **Troisième partie : méthodologie de mise en œuvre et études de cas** **185**

<b>7</b>	<b>Mise en œuvre des réseaux bayésiens</b>	<b>187</b>
7.1	Pourquoi utiliser des réseaux bayésiens ? . . . . .	187
7.1.1	Acquisition des connaissances . . . . .	188
	▶ Un recueil d'expertise facilité . . . . .	188

	▶ Un ensemble complet de méthodes d'apprentissage . . . . .	189
	▶ Un apprentissage incrémental . . . . .	189
7.1.2	Représentation des connaissances . . . . .	191
	▶ Un formalisme unificateur . . . . .	191
	▶ Une représentation des connaissances lisible . . . . .	192
7.1.3	Utilisation de connaissances . . . . .	192
	▶ Une gamme de requêtes très complète . . . . .	192
	▶ Optimisation d'une fonction d'utilité . . . . .	193
7.1.4	Limites des réseaux bayésiens . . . . .	195
	▶ Un recul encore insuffisant pour l'apprentissage . . . . .	195
	▶ Utilisation des probabilités . . . . .	195
	▶ Lisibilité des graphes . . . . .	196
	▶ Les variables continues . . . . .	196
	▶ La complexité des algorithmes . . . . .	196
7.1.5	Comparaison avec d'autres techniques . . . . .	197
7.2	Où utiliser des réseaux bayésiens ? . . . . .	197
7.2.1	Caractéristiques générales . . . . .	198
	▶ Une connaissance explicite ou implicite du domaine . . . . .	198
	▶ Une utilisation complexe ou évolutive . . . . .	199
7.2.2	Classification des applications par types . . . . .	200
	▶ Modèles symboliques . . . . .	200
	▶ Modèles numériques . . . . .	201
7.2.3	Classification des applications par domaines . . . . .	201
	▶ Santé . . . . .	201
	▶ Industrie . . . . .	202
	▶ Défense . . . . .	203
	▶ Banque/finance . . . . .	203
	▶ Marketing . . . . .	206
	▶ Informatique . . . . .	207

---

▶	Gestion des connaissances . . . . .	208
7.3	Comment utiliser des réseaux bayésiens? . . . . .	208
7.3.1	Identification des variables et de leurs espaces d'états	209
7.3.2	Définition de la structure du réseau bayésien . . . . .	210
7.3.3	Loi de probabilité conjointe des variables . . . . .	211
<b>8</b>	<b>Exemples d'applications</b>	<b>213</b>
8.1	Détection de fraude (ATT) . . . . .	213
8.2	Aide à la décision en temps réel (NASA) . . . . .	216
8.3	Autres applications (par domaines) . . . . .	219
8.3.1	Industrie . . . . .	219
8.3.2	Santé . . . . .	224
8.3.3	Informatique et télécommunications . . . . .	225
8.3.4	Défense . . . . .	227
<b>9</b>	<b>Étude de cas n°1 : gestion globale des risques d'une entreprise</b>	<b>231</b>
9.1	La méthode GLORIA . . . . .	232
9.2	Horizon de temps et objectifs de l'entreprise . . . . .	233
9.3	Construction du réseau bayésien . . . . .	234
9.3.1	Identification des variables . . . . .	234
9.3.2	Identification des relations entre variables . . . . .	236
9.4	Lois de probabilité des variables . . . . .	237
9.4.1	Variables sommets . . . . .	237
9.4.2	Variables intermédiaires . . . . .	237
9.4.3	Exemple . . . . .	238
9.5	Résultats de la méthode GLORIA . . . . .	238
9.5.1	Probabilité de non-atteinte des objectifs . . . . .	238
9.5.2	Simulation . . . . .	238
9.5.3	Diagramme probabilité/gravité . . . . .	240
9.5.4	Criticité des risques . . . . .	242
<b>10</b>	<b>Étude de cas n°2 : modélisation et quantification des risques opé-</b>	



<b>rationnels</b>	<b>245</b>
10.1	Gestion des risques, incertitude et connaissance . . . . . 246
10.2	Présentation de la démarche . . . . . 247
10.3	Modélisation des scénarios de risque . . . . . 249
10.3.1	Présentation de la méthode . . . . . 249
	▶ Objectifs . . . . . 249
	▶ Difficultés . . . . . 250
	▶ Connaissance ou données . . . . . 251
	▶ Un processus de gestion des connaissances . . . 252
10.3.2	Le modèle Exposition - Survenance - Gravité (XSG) 253
	▶ La vulnérabilité . . . . . 254
	▶ Exposition - Survenance - Gravité . . . . . 254
	▶ Utilisation des réseaux bayésiens . . . . . 255
	▶ Avantages de l'utilisation des réseaux bayésiens 256
10.3.3	Définition des scénarios . . . . . 257
	▶ Identification des vulnérabilités . . . . . 257
	▶ Sélection des vulnérabilités . . . . . 258
	▶ Étude détaillée des vulnérabilités . . . . . 258
10.3.4	Quantification des scénarios . . . . . 258
	▶ Définir l'exposition, la survenance, et la gravité . 259
	▶ Modéliser l'exposition . . . . . 259
	▶ Modéliser la survenance . . . . . 260
	▶ Modéliser la gravité . . . . . 262
10.3.5	Résumé . . . . . 266
10.4	Conclusion . . . . . 267
<b>11</b>	<b>Étude de cas n°3 : étude d'un système électrique</b> <b>269</b>
11.1	Modélisation d'un réseau électrique . . . . . 270
11.1.1	Variables aléatoires . . . . . 270
11.1.2	Dépendances entre variables . . . . . 271
11.1.3	Choix d'un modèle mathématique . . . . . 273

11.2	Étude du réseau électrique en région PACA . . . . .	274
11.2.1	Contexte . . . . .	274
11.2.2	Construction du modèle . . . . .	275
11.2.3	Résultats de l'étude . . . . .	276
<b>12</b>	<b>Étude de cas n°4 : questionnaire adaptatif pour la vente de crédit en ligne</b>	<b>279</b>
12.1	Un réseau bayésien comme modèle de score . . . . .	280
12.1.1	Données et prétraitement . . . . .	281
12.1.2	Modélisation . . . . .	282
12.1.3	Le modèle obtenu . . . . .	284
12.2	Utilisation du réseau bayésien . . . . .	285
12.3	Résultats et conclusion . . . . .	289
<b>13</b>	<b>Étude de cas n°5 : gestion de ressources naturelles et analyses de risques</b>	<b>293</b>
13.1	Revue des méthodes . . . . .	294
13.1.1	Pourquoi les réseaux bayésiens ? . . . . .	295
13.1.2	Méthodes de création de réseaux bayésiens . . . . .	295
	▶ Utilisation de diagrammes d'influence . . . . .	295
	▶ Probabilités associées aux variables . . . . .	296
	▶ Construction de réseau bayésien à partir d'expertise ou de données . . . . .	296
	▶ Utilisation de variables <i>proxy</i> . . . . .	298
13.2	Exemples de réseaux bayésiens . . . . .	299
13.2.1	Modèles de prévision pour la faune et la flore . . . . .	299
	▶ Modélisation des musaraignes pygmées dans le bassin intérieur de la Colombie Britannique (États-Unis) . . . . .	299
	▶ Modélisation de la grouse cendrée dans le bassin intérieur de la Columbia (États-Unis) . . . . .	301
	▶ Faune et flore du Nord-Ouest Pacifique des États-Unis . . . . .	302

▶ Faune et Flore de l'Ouest du Canada . . . . .	304
13.2.2 Utilisation de réseaux bayésiens pour la rétrovision . . . . .	304
13.2.3 Les réseaux bayésiens comme modèles de décision . . . . .	307
13.3 Utilisation des réseaux bayésiens pour étudier la faune et la flore et gérer les ressources naturelles . . . . .	311
13.3.1 Couplages avec d'autres modèles . . . . .	311
13.3.2 Gestion adaptative . . . . .	311
13.3.3 Prise de décision en univers incertain et considéra- tion des types d'erreurs . . . . .	313
13.3.4 Mise à jour et affinage des modèles . . . . .	313
13.4 Conclusion et perspectives . . . . .	314
<b>14 Étude de cas n°6 : diagnostic médical . . . . .</b>	<b>317</b>
14.1 Sources d'incertitudes en médecine . . . . .	318
14.2 Construction de réseaux bayésiens médicaux . . . . .	320
14.2.1 Construction de réseaux bayésiens à partir de bases de données médicales . . . . .	321
14.2.2 Construction à l'aide d'experts humains . . . . .	322
▶ Construction du graphe causal . . . . .	322
▶ Application de modèles canoniques . . . . .	324
▶ Acquisition d'informations quantitatives . . . . .	325
14.3 Un exemple de modèle : PROSTANET . . . . .	326
14.3.1 Structure du graphe . . . . .	327
14.3.2 Recueil de probabilités . . . . .	328
14.3.3 Déboguage . . . . .	331
14.3.4 Évaluation . . . . .	332
14.3.5 Historique des versions . . . . .	332
14.4 Conclusion . . . . .	332
<b>Annexes . . . . .</b>	<b>335</b>
<b>A Théorie des graphes . . . . .</b>	<b>337</b>

---

A.1	Définitions générales . . . . .	337
A.2	Notions orientées . . . . .	340
A.3	Notions non orientées . . . . .	341
A.4	Typologie et propriétés des graphes . . . . .	343
<b>B</b>	<b>Probabilités</b>	<b>347</b>
B.1	Probabilités . . . . .	347
B.1.1	Définitions principales . . . . .	348
B.1.2	Probabilités sur plusieurs variables . . . . .	349
	▶ Probabilités jointes . . . . .	350
	▶ Probabilités marginales . . . . .	351
	▶ Probabilités conditionnelles . . . . .	352
B.2	Indépendance conditionnelle . . . . .	354
B.2.1	Définitions . . . . .	354
B.2.2	Propriétés . . . . .	357
<b>C</b>	<b>Outils</b>	<b>359</b>
C.1	Bayes Net Toolbox (BNT) . . . . .	359
C.1.1	Présentation . . . . .	359
C.1.2	Modélisation . . . . .	360
C.1.3	Apprentissage . . . . .	360
C.1.4	Inférence . . . . .	361
C.2	BayesiaLab . . . . .	361
C.2.1	Présentation . . . . .	361
C.2.2	Modélisation . . . . .	361
C.2.3	Apprentissage . . . . .	363
C.2.4	Exploitation . . . . .	365
C.2.5	Analyse . . . . .	367
C.2.6	Prise en compte de la dimension temporelle . . . . .	369
C.2.7	Aide à la décision . . . . .	369
C.2.8	Compléments . . . . .	370

---

C.2.9	Conclusion . . . . .	370
C.3	Hugin . . . . .	371
C.3.1	Présentation . . . . .	371
C.3.2	Construction des modèles . . . . .	371
C.3.3	Inférence . . . . .	374
C.3.4	Apprentissage . . . . .	376
C.3.5	Compléments . . . . .	377
C.3.6	Conclusion . . . . .	377
C.4	Netica . . . . .	378
C.4.1	Présentation . . . . .	378
C.4.2	Construction des modèles . . . . .	378
C.4.3	Inférence . . . . .	379
C.4.4	Apprentissage . . . . .	380
C.4.5	Autres fonctionnalités . . . . .	380
C.4.6	Conclusion . . . . .	382
C.5	Elvira . . . . .	382
C.5.1	Introduction . . . . .	382
C.5.2	Le format Elvira . . . . .	384
C.5.3	Interface graphique . . . . .	384
C.5.4	Principales fonctionnalités . . . . .	385
	<b>Bibliographie</b>	<b>389</b>
	<b>Liste des figures</b>	<b>411</b>
	<b>Liste des tables</b>	<b>417</b>
	<b>Index</b>	<b>421</b>